

2. ทฤษฎี

การถดถอยแบบเชิงเส้น (Linear regression) เป็นระเบียบวิธีที่ใช้ในการสร้างฟังก์ชันเส้นตรงสำหรับชุดของข้อมูล ประกอบด้วย x, y โดยที่ $i = 1, 2, \dots, n$ ซึ่งจะสร้างสมการเส้นตรงในรูปของ

$$Y = AX + B \quad (1)$$

ค่าความผิดพลาดทั้งหมดที่เกิดจากข้อมูล n ข้อมูล จะได้

$$E = \sum [Y_i - Y(X_i)]^2 \quad (2)$$

แทนค่า $y(x)$ จาก (1) ลงใน (2)

$$E = \sum [Y_i - (AX_i + B)]^2 \quad (3)$$

หาค่า A และ B ด้วยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด โดยการหาค่าต่ำสุดของค่าความผิดพลาด คือ $\frac{\partial E}{\partial A} = 0$ และ $\frac{\partial E}{\partial B} = 0$ ในสมการที่ 3 จะได้

$$nB + (\sum X_i)A = \sum Y_i \quad (4)$$

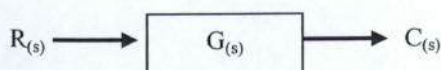
$$(\sum X_i)B + (\sum X_i^2)A = \sum Y_i X_i \quad (5)$$

$$A = \frac{n(\sum X_i Y_i) - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2}$$

$$B = \frac{(\sum Y_i)(\sum X_i^2) - (\sum X_i Y_i)(\sum X_i)}{n(\sum X_i^2) - (\sum X_i)^2} \quad (7)$$

ระบบอันดับหนึ่ง (First Order System) โค้ดแแกรมระบบ

ควบคุมแสดงดังรูปที่ 1 สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ 8



รูปที่ 1 โค้ดแแกรมระบบควบคุม

$$C(s) = G(s)R(s) \quad (8)$$

กำหนดให้อินพุตของระบบเป็นฟังก์ชันขั้นบันได (Unit Step Function) ซึ่งมีโดเมนของลาปลาซดังสมการที่ 9

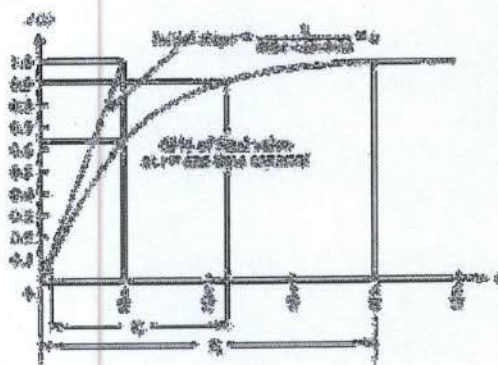
$$R(s) = \frac{1}{s} \quad (9)$$

ระบบเป็นอันดับหนึ่งมีโดเมนของลาปลาซดังสมการที่ 10

$$G(s) = \frac{a}{s + a} \quad (10)$$

ถ้า $a = \frac{1}{\tau}$ มีค่ามากระบบจะเข้าสู่สภาวะคงตัว (Steady state) เร็วขึ้น ได้

τ คือค่าเวลาคงที่ (Time constant) ที่จุด $t = \tau$ จะบ่งบอกสภาวะของระบบที่จะเข้าสู่เป้าหมาย จะมีค่าเท่ากับ 0.632 ของค่าสภาวะคงตัว (Final Value) [2] แสดงดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 ผลตอบสนองระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณขั้นบันได

สัญญาณเอาต์พุตของระบบอันดับหนึ่งต่อสัญญาณขั้นบันไดที่ได้แสดงในโดเมนของลาปลาซดังสมการที่ 11

$$C(s) = \frac{a}{s(s + a)} \quad (11)$$

ผลของการแปลงลาปลาซสัญญาณเอาต์พุตจะได้

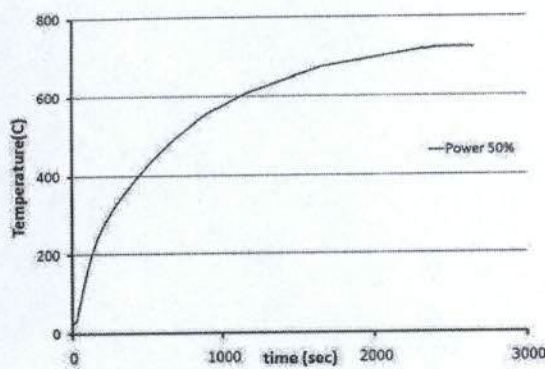
$$C(t) = 1 - e^{-at} \quad (12)$$

3. การทดลองและผลการทดลอง

เดาผลปลูกผลึกดังรูปที่ 3 ทำการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบให้ความร้อน โดยทดสอบระบบด้วยการป้อนสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันได [3] โดยการตั้งขนาดกำลังไฟที่จ่ายให้กับหลอดความร้อนที่ 50% วัดอุณหภูมิที่เกิดขึ้นซึ่งเป็นสัญญาณเอาต์พุตทุกๆ 15 วินาที แสดงเป็นกราฟดังรูปที่ 4



รูปที่ 3 เตาเผาที่ใช้ทดสอบ



รูปที่ 4 กราฟแสดงอุณหภูมิที่ กำลัง 50%

จัดการข้อมูลด้วยระเบียบวิธีเชิงเส้นจากกราฟมีลักษณะเป็น ฟังก์ชันลอการิทึมดังสมการที่ 13

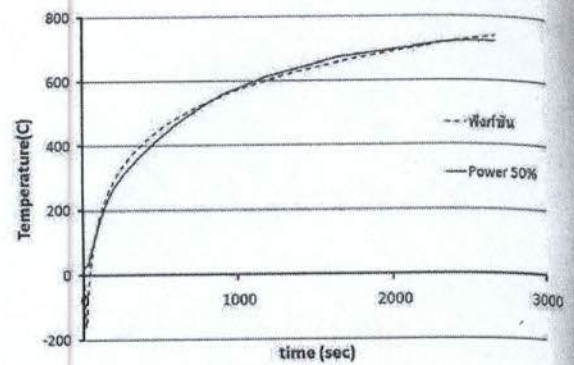
$$y = A \ln x + B \quad (13)$$

ให้ $Y=y$ และ $X=x$ จะอยู่ในรูปของสมการที่ 1 ใช้ข้อมูลจากกราฟที่ จุดต่างๆ แทนลงในสมการที่ 6 และ 7 จะได้ฟังก์ชันแสดงชุดข้อมูลดัง สมการที่ 14

$$y = 173.775 \ln x - 629.554 \quad (14)$$

สมการที่ได้นำมาสร้างกราฟเปรียบเทียบกับค่าจริงแสดงดังรูปที่ 5 พิจารณา จากกราฟพบว่าระบบอยู่ในฟังก์ชันลอการิทึมในรูปแบบระบบ อันดับหนึ่ง จากอุณหภูมิห้อง 27 องศาเซลเซียสถึงค่าสภาวะคงตัวอยู่ที่ 740 องศาเซลเซียส ค่าเวลาคงที่ที่จะได้จาก

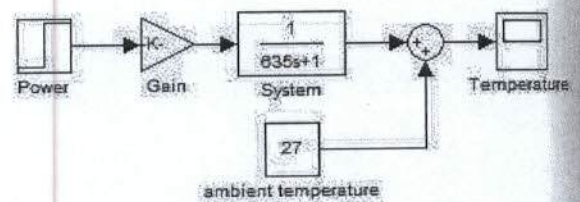
$$\begin{aligned} C(\tau) &= 0.632 \times (740 - 27) \\ &= 450.62 \text{ } ^\circ\text{C} \end{aligned}$$



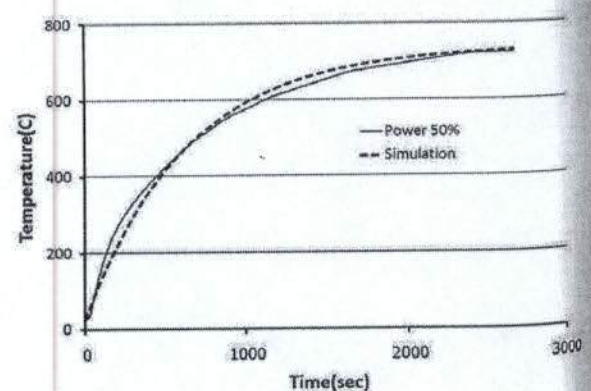
รูปที่ 5 กราฟแสดงอุณหภูมิเปรียบเทียบกับฟังก์ชัน

ค่าที่ได้เพิ่มจากอุณหภูมิห้องที่ 27 องศาเซลเซียสจะได้ค่า 477.62 องศาเซลเซียส จากกราฟจะได้ค่าเวลาที่จุดนี้ประมาณ 635 วินาที ซึ่งค่านี้จะเป็นค่าเวลาคงที่ของระบบ (τ) ค่าอัตราขยายคำนวณได้จากอัตราส่วน เอาต์พุตต่ออินพุต

$$\text{Gain} = \frac{\text{Final value}}{\text{Power input}} \quad (15)$$



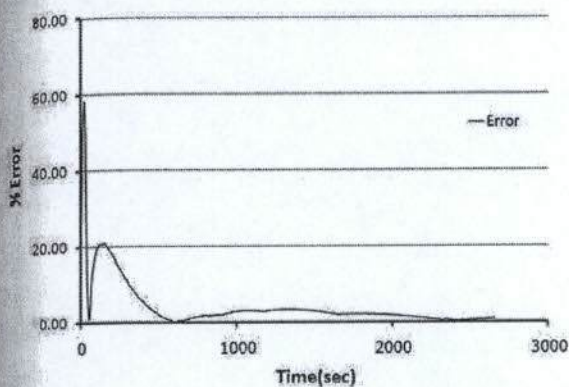
รูปที่ 6 ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ



รูปที่ 7 กราฟเปรียบเทียบระบบจริงกับฟังก์ชันถ่ายโอน

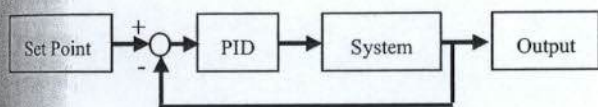
อุณหภูมิที่สภาวะคงตัวของระบบเท่ากับ 713 องศาเซลเซียส ค่ากำลัง อินพุตเท่ากับ 50 อัตราขยายจะได้ 14.26 เท่า ใช้ค่าต่างๆที่ได้มาสร้างแบบจำลองในโปรแกรม Simulink ของ Matlab [5] ซึ่งจะทำให้ง่ายต่อการพัฒนา ดังรูปที่ 6 เปรียบเทียบอุณหภูมิจากระบบจริงกับระบบฟังก์ชัน

ถ่ายโอน ซึ่งจำลองจากโปรแกรม Simulink ดังรูปที่ 7 และค่าผิดพลาดระบบจริงกับฟังก์ชันถ่ายโอนดังรูปที่ 8 ทดสอบการควบคุมระบบ โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีไอดีดังสมการที่ 16 ซึ่งพีไอดีเป็นการนำคุณสมบัติของระบบควบคุมแบบ พี, พีไอและพีไอดมารวมกัน โดยสามารถกำหนดค่าอัตราขยายทั้ง 3 ชุดคือ พี, ไอและดีได้อย่างอิสระ



รูปที่ 8 กราฟค่าผิดพลาดระบบจริงกับฟังก์ชันถ่ายโอน

$$PID = K_p + \frac{K_i}{S} + K_d S \quad (16)$$



รูปที่ 9 ไลอเนแกรมระบบควบคุม

ใช้บล็อกควบคุมระบบแบบพีไอดีแสดงดังรูปที่ 9 โดยใช้ค่า PID เหมือนกับระบบจริงและกำหนดรูปแบบควบคุมอุณหภูมิโดยให้สภาวะแรกเป็นสัญญาณ RAMP มีค่าอัตราเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิ 20 องศาเซลเซียสต่อนาทีอุณหภูมิสุดท้ายที่ 700 องศาเซลเซียส เปรียบเทียบอุณหภูมิเอาต์พุตระหว่างระบบจริงและระบบจำลองพบว่าแบบจำลองนี้ให้ผลใกล้เคียงระบบจริง 93.72%

4. สรุปการทดลอง

ระบบให้ความร้อนที่ใช้ในเตาเผาปลูกผลึก เมื่อทำการทดสอบระบบด้วยสัญญาณอินพุตแบบขั้นบันไดที่ค่าตั้งไฟฟ้า 50% พบว่าเอาต์พุตที่ได้อยู่ในรูปของระบบอนุพันธ์อันดับหนึ่ง การตอบสนองต่อฟังก์ชันอินพุตได้ค่าเวลาคงที่ 635 วินาที นำค่าที่ได้มาสร้างแบบจำลองด้วยโปรแกรม Simulink ทดสอบระบบด้วยฟังก์ชันขั้นบันได สัญญาณเอาต์พุตที่ได้ใกล้เคียงกับระบบจริงจากนั้นทดสอบด้วยการควบคุมแบบพีไอดี พบว่าสามารถควบคุมสัญญาณเอาต์พุตตามสัญญาณอินพุตได้ใกล้เคียงระบบจริง 93.72%

เอกสารอ้างอิง

- [1] Hongbing Chen, Ccongxin Ge, Rongsheng Li, Jinhao Wang, Changgen Wu and Xianling Eng, "Growth of lead molybdate crystals by vertical Bridgman method", Indian Academy of Sciences, Vol. 28, No. 6, pp. 555-560 October 2005.
- [2] Katsuhiko Ogata, "Modern Control Engineering", Prentice-Hall, Fourth Edition, 2001.
- [3] Kannan M. Moudgaly, "Identification of transfer function of a single board heater system through step response experiments", 2009.
- [4] Pracha Lao-Auyporn, Jakree srinonchat, Siriporn Larpiattaworn, "Development of controllable temperature gradient single crystal growth furnace", The 3rd Technology and Innovation for Sustainable Development International Conference (TISD2010), Thailand, March 4-6, 2010.
- [5] Jiaoyu Liu, Kun Chen, Yi Deng, "Simulation of the Atmosphere-temperature Decoupling System on Grey Predicting PID Control of the Gas-burning Roller Ceramic Kilns in SIMULINK", The Ninth International Conference on Electronic Measurement & Instruments (ICEMI), pp. 742-746, 2009.
- [6] Xiao-Bin LI, Ding Liu, Shang-Bin Jiao, Jun-Xian Guo, "Intelligent PID Control System for Vacuum Annealing Furnace Workpieces Temperature", Proceedings of the Third International Conference on Machine Learning and Cybernetics, Shanghai, 26-29 August 2004.
- [7] Emine Dogru Bolat, Kadir Erkan and Seda Postalcioglu, "Experimental Autotuning PID Control of Temperature Using Microcontroller", EUROCON 2005, Serbia & Montenegro, Belgrade, November 22-24, 2005
- [8] Su Zhong Kang Chunpeng Zhang Weina Xu Dawei, "Research of PID Parameter Self-Tuning Applied in Temperature Control System", The Eighth International Conference on Electronic Measurement and Instruments ICEMI'2007