

รายละเอียดของรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

- รหัสและชื่อรายวิชา

09114307 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

Numerical Methods

- จำนวนหน่วยกิต

3 (2-2-5) จำนวนหน่วยกิต (บรรยาย-ปฏิบัติ-ศึกษาด้วยตนเอง)

- หลักสูตรและประเภทของรายวิชา

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หมวดวิชาเฉพาะ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (ปี 2559)

- อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง

- ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

ภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษาที่ 2563

- รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)

09111151 แคลคูลัส 1 จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)

- รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

- สถานที่เรียน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี / เรียน online หรือเป็นไปตามประกาศของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

9. วันที่จัดทำหรือปรับปรุงรายละเอียดของรายวิชาครั้งล่าสุด

30 มิถุนายน 2563

หมวดที่2. จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

1. จุดมุ่งหมายของรายวิชา
 - 1.1 เข้าใจเกี่ยวกับความคลาดเคลื่อน
 - 1.2 เลือกวิธีการหาผลเฉลยของสมการไม่เชิงเส้นได้เหมาะสม
 - 1.3 เข้าใจการหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น
 - 1.4 นำการประมาณค่าในช่วง และการประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยสุดไปใช้
 - 1.5 หาคอนพจน์และการหาปริพันธ์เชิงตัวเลข
 - 1.6 เข้าใจระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ
2. วัตถุประสงค์ในการพัฒนา/ปรับปรุงรายวิชา

เพื่อปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอน โดยนำรูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study Problem Base Learning มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน ทำให้เกิดทักษะกระบวนการคิด การวิเคราะห์ การคำนวณ ทักษะในการแก้ปัญหา การทำงานเป็นทีม สามารถบูรณาการความรู้จากรายวิชา การเขียนโปรแกรมมาใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้ มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาบูรณาการกับการเรียนการสอน และได้เห็นถึงความก้าวหน้าของศาสตร์ด้านนี้ในปัจจุบัน รวมถึงมีความสามารถในการศึกษาคำภาษาอังกฤษในหัวข้อที่เกี่ยวข้องได้

หมวดที่3. ลักษณะและการดำเนินการ

1. คำอธิบายรายวิชา

การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน ผลเฉลยของสมการแบบไม่เชิงเส้น ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น การประมาณค่าในช่วง การประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุด อนุพันธ์และปริพันธ์เชิงตัวเลข ผลเฉลยเชิงตัวเลขของสมการเชิงอนุพันธ์

Error analysis, solutions of nonlinear equations, solution of systems of linear equations, interpolation, least square approximation, numerical differentiation and integration, numerical solution of differential equations

2. จำนวนชั่วโมงที่ใช้ต่อภาคการศึกษา

-

บรรยาย	การฝึกปฏิบัติ/การฝึกงาน	การศึกษาด้วยตนเอง	สอนเสริม
30 ชั่วโมง	30 ชั่วโมง	75 ชั่วโมง	ตามความต้องการของนักศึกษา

3. จำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่อาจารย์ให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

1. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาประกาศเวลาให้คำปรึกษาของอาจารย์ผู้สอนแต่ละท่านผ่านทางประมวลความรู้รายวิชา หรือ ผ่าน ทางเว็บไซต์ของคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
2. อาจารย์ผู้สอนจัดเวลาให้คำปรึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มไม่น้อยกว่า 1 ชั่วโมงต่อสัปดาห์
3. อาจารย์ผู้สอนให้คำปรึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มผ่านช่องทาง Line / Facebook / E-mail/ Microsoft Team

4.

หมวดที่4. การพัฒนาการเรียนรู้ของนักศึกษา

1 คุณธรรม จริยธรรม

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	-	-
●	2.มีระเบียบวินัย	กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอนเพื่อให้มีระเบียบวินัย พร้อมทั้ง เน้นเรื่องการปฏิบัติตนที่เหมาะสม ถูกต้อง ตามกฎระเบียบ ข้อบังคับของมหาวิทยาลัย และกฎระเบียบของสังคม และเน้นให้นักศึกษามีความซื่อสัตย์ทั้งต่อตนเองและต่อสังคม	สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการร่วมกิจกรรม การปฏิบัติตามกฎระเบียบและข้อปฏิบัติต่าง ๆอย่างต่อเนื่อง
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	-	-

2 ความรู้

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	เปิดโอกาสให้นักศึกษาได้ซักถามข้อสงสัย และแสดงความคิดเห็น ได้ตอบระหว่าง การเรียนการสอนทั้งภาคบรรยายและภาคปฏิบัติ	การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี และการสอบปฏิบัติในภาคปฏิบัติ

○	2.มีความรู้พื้นฐานทาง วิทยาศาสตร์และ คณิตศาสตร์ที่จะนำมา อธิบายหลักการและ ทฤษฎีทาง คณิตศาสตร์	-	-
●	4.มีความรู้ที่เกิดจาก การบูรณาการความรู้ ในศาสตร์ต่าง ๆ ที่จะ นำไปใช้ใน ชีวิตประจำวัน	มอบหมายงานให้ นักศึกษาค้นคว้า ข้อมูลและนำมา วิเคราะห์ ประมวลผล จัดทำรายงานและ นำเสนอหน้าชั้น เรียน ทั้งงานเดี่ยว และงานกลุ่ม	ประเมินผลงาน จากงานที่ได้รับ มอบหมาย

3 ทักษะทางปัญญา

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความคิดวิเคราะห์ อย่างเป็นระบบ และมี เหตุผลตามหลักการและ วิธีการทางวิทยาศาสตร์	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นํางานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - นํางานวิจัยในปัจจุบันมาประกอบการจัดการสอนเพื่อให้ให้นักศึกษาได้เห็นถึงความก้าวหน้าของศาสตร์สาขานี้ในปัจจุบัน	ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า หรือการสอบปฏิบัติ

●	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	--ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นํานงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning	ประเมินจากการนำเสนอรายงานและผลงาน
	3.มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆ ที่หลากหลายได้อย่างถูกต้อง เพื่อนำไปสู่การสร้างสรรค์นวัตกรรม	-	-

4 ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีม และสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีม และสามารถแก้ไขข้อ ขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการทำงานเป็นกลุ่มที่ต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกการเป็นผู้นำ และการเป็นสมาชิกที่ดี
○	2.มีความรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร รวมทั้ง	-	-

	พัฒนาตนเอง และพัฒนางาน		
--	---------------------------	--	--

5 ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการมอบหมายงานให้นักศึกษาศึกษาค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม	ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า หรือการสอบปฏิบัติ
●	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพพร้อมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษา ทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสาร การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอนในทุกรายวิชา	ประเมินผลจากผลงานของนักศึกษาที่ได้รับมอบหมาย
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	-	-
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	-	-

6. ทักษะพิสัย

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีทักษะในการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์ หรือ คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และมีประสิทธิภาพ	จัดกิจกรรมให้นักศึกษาได้ฝึกฝนการใช้ อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์ หรือ คณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมและมี ประสิทธิภาพ	ประเมินผลจากการทดสอบทักษะ การใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทาง วิทยาศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์

หมวดที่5. แผนการสอนและการประเมินผล

1. แผนการสอน

สัปดาห์ ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	จำนวนชั่วโมง		กิจกรรมการเรียนรู้ การสอน สื่อที่ใช้ (ถ้ามี)	ผู้สอน
		จำนวน ชั่วโมง ทฤษฎี	จำนวน ชั่วโมง ปฏิบัติ		
1	- ชี้แจงเกี่ยวกับ เนื้อหา การวัดและ ประเมินผล รายละเอียดต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องของรายวิชา บทที่ 1 การวิเคราะห์ความ คลาดเคลื่อน 1.1 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข 1.2 ความคลาดเคลื่อน	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำ งานวิจัยของอาจารย์มาเป็น กรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ใน บางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำรา ภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อ เทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง
2	บทที่ 2 ผลเฉลยของสมการไม่ เชิงเส้น 2.1 กระบวนการวิธีการทำซ้ำ	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำ	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง

				งานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	
3	2.2 ระเบียบวิธีการแบ่งครึ่งช่วง 2.3 ระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง
4	2.4 ระเบียบวิธีเซแคนต์ 2.5 ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง

				- นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	
5	บทที่ 3 ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น 3.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเมทริกซ์	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ้ง
6	3.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำรา	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ้ง

				ภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	
7	3.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น (ต่อ)	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง
8	สอบกลางภาค	-	-	-	-
9	บทที่ 4 การประมาณค่าในช่วงและการประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุด 4.1 การประมาณค่าในช่วงโดยพหุนาม	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง

				- ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	
10	4.2 การประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ้ง
11	4.2 การประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อยสุด (ต่อ)	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ้ง

12	บทที่ 5 อนุพันธ์และปริพันธ์ เชิงตัวเลข 5.1 การหาอนุพันธ์เชิงตัวเลข	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ้ง
13	5.2 การหาปริพันธ์เชิงตัวเลข	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ้ง
14	บทที่ 6 ผลเฉลยเชิงตัวเลข ของสมการ เชิงอนุพันธ์ 6.1 สมการเชิงอนุพันธ์ สามัญ	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็น	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ้ง

				กรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	
15	6.2 ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์สามัญ	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - ฝึกปฏิบัติการเขียนโปรแกรม (Python)	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง
16	หัวข้อปัจจุบันรายวิชาระเบียบวิธีเชิงตัวเลข	2	2	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (W. Khuangsatung, A. Kangtunyakarn, The Method for Solving Fixed Point Problem of G-Nonexpansive Mapping in Hilbert Spaces	ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง

				Endowed with Graphs and Numerical Example, Indian J Pure Appl Math. 2020; 51: 155–170 มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ - เอกสารประกอบการสอน/บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ - สอดแทรกงานบทความวิจัยทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อให้นักศึกษาได้เห็นความก้าวหน้าของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในปัจจุบัน ดังนี้ 1). Khademi, A. & Vatne, J. E. Estimation of the interpolation error for semiregular prismatic elements. Applied Numerical Mathematics, 156. 174-191 (2020) 2). Khuangsatung, W. & Kangtuyakarn, A. Existence and convergence theorem for fixed point problem of various nonlinear mappings and variational inequality problems without some	
--	--	--	--	--	--

				assumptions. Filomat, 32. 305-309 (2018) 3). Khuangsatung, W. & Sunthrayuth, P. The generalized viscosity explicit rules for a family of strictly pseudo-contractive mappings in a q-uniformly smooth Banach space. Journal of inequalities and applications (2018) 4). W. Khuangsatung, A. Kangtunyakarn, The Method for Solving Fixed Point Problem of G-Nonexpansive Mapping in Hilbert Spaces Endowed with Graphs and Numerical Example, Indian J Pure Appl Math. 2020; 51: 155–170	
17	สอบปลายภาค	-	-	-	-

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้

1. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านคุณธรรม จริยธรรม

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	-	-	0

●	2.มีระเบียบวินัย	สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษา ในการร่วมกิจกรรม การ ปฏิบัติตามกฎระเบียบและข้อ ปฏิบัติต่าง ๆอย่างต่อเนื่อง	ทุกสัปดาห์	5
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความ คิดเห็นของผู้อื่น	-	-	0

2. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ ที่ ประเมิน	สัดส่วน การ ประเมิน
●	1.มีความรู้ ความ เข้าใจในหลักการและ ทฤษฎีทางด้าน คณิตศาสตร์ หรือ ด้าน ที่เกี่ยวข้อง	การสอบข้อเขียนใน ภาคทฤษฎี และ การสอบปฏิบัติใน ภาคปฏิบัติ	8	30
○	2.มีความรู้พื้นฐานทาง วิทยาศาสตร์และ คณิตศาสตร์ที่จะนำมา อธิบายหลักการและ ทฤษฎีทาง คณิตศาสตร์	-		0
●	4.มีความรู้ที่เกิดจาก การบูรณาการความรู้ ในศาสตร์ต่าง ๆ ที่จะ นำไปใช้ใน ชีวิตประจำวัน	การสอบข้อเขียนใน ภาคทฤษฎี และ การสอบปฏิบัติใน ภาคปฏิบัติ	8,17	30

3. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะทางปัญญา

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
---	---------------	----------------	-----------------------	-----------------------

●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า หรือการสอบปฏิบัติ นำเสนอรายงานและผลงาน	8, 17	10
●	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	ประเมินจากการนำเสนอรายงานและผลงาน	8,17	10
○	3.มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆ ที่หลากหลายได้อย่างถูกต้อง เพื่อนำไปสู่การสร้างสรรค์นวัตกรรม	-	-	0

4. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีม และสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	-	-	0
○	2.มีความรับผิดชอบต่อ	-	-	0

	สังคมและ องค์กร รวมทั้ง พัฒนาตนเอง และพัฒนา งาน			
--	---	--	--	--

5. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า หรือการสอบปฏิบัติ	ทุกสัปดาห์	5
●	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพพร้อมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	ประเมินผลจากผลงานของนักศึกษาที่ได้รับมอบหมาย	ทุกสัปดาห์	5
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	-	-	0
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	-	-	0

6. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะพิสัย

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีทักษะในการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์ หรือ คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ	ประเมินผลจากการทดสอบทักษะการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์ หรือ คณิตศาสตร์	ทุกสัปดาห์	5

หมวดที่6. ทฤษฎีการประกอบกรเรียนการสอน

1. เอกสารและตำราหลัก

เอกสารประกอบการสอน

2. เอกสารและข้อมูลสำคัญ

Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, (2015) Numerical Methods for Engineers 7th edition, McGraw-Hill Education, 2 Penn Plaza, New York

3. เอกสารและข้อมูลแนะนำ

3.1 Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, (2015) Numerical Methods for Engineers 7th edition, McGraw-Hill Education, 2 Penn Plaza, New York

3.2 ปราโมทย์ เดชะอำไพ และนิพนธ์ วรรณโสภาคย์, ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2553.

3.3 วรสิทธิ์ กาญจนกิจเกษม, ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข, สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2557

3.4 วิฑูรย์ พึ่งรัตนา, เอกสารประกอบการสอน รายวิชา การวิเคราะห์เชิงตัวเลข, มหาวิทยาลัยราชภัฏนครปฐม, 2556

3.5 Burden, R. L., & Faires, J. D. (2005). Numerical Analysis (8th ed.). Belmont, CA: Thompson Brooks/Cole.

หมวดที่7. การประเมินและปรับปรุงการดำเนินการของรายวิชา

1. กลยุทธ์การประเมินประสิทธิผลของรายวิชาโดยนักศึกษา

การประเมินประสิทธิผลในรายวิชานี้ที่จัดทำโดยนักศึกษา ได้จัดกิจกรรมในการนำแนวคิดและความเห็นจากนักศึกษาได้ดังนี้

1.1 การสนทนาระหว่างอาจารย์ผู้สอนและกลุ่มผู้เรียน

1.2 แบบประเมินผู้สอน แบบประเมินรายวิชา หรือข้อเสนอแนะผ่านกระดานข่าวบนเว็บไซต์ที่อาจารย์ผู้สอนได้จัดทำเป็นช่องสื่อสารกับกลุ่มผู้เรียน

2. กลยุทธ์การประเมินการสอน

2.1 ผลการเรียนรู้ของนักศึกษา

2.2 งานที่นักศึกษาได้รับมอบหมาย

2.3 การทวนสอบผลประเมินการเรียนรู้

2.4 การประเมินการจัดการเรียนการสอนของนักศึกษา

3. การปรับปรุงการสอน

ปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอน โดยนำรูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study Problem Base Learning มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน สามารถบูรณาการความรู้จากรายวิชาเขียนโปรแกรม มาใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้ มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาบูรณาการกับการเรียนการสอนและได้เห็นถึงความก้าวหน้าของศาสตร์ด้านนี้ในปัจจุบัน รวมถึงมีความสามารถในการศึกษาตำราภาษาอังกฤษในหัวข้อที่เกี่ยวข้องได้

4. การทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา

ดำเนินการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร และทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยให้นักศึกษาประเมินตนเอง

5. การดำเนินการทบทวนและการวางแผนปรับปรุงประสิทธิผลของรายวิชา

จากผลการประเมิน และทวนสอบผลสัมฤทธิ์ประสิทธิผลรายวิชา ได้มีการวางแผนการปรับปรุงการเรียนการสอนของรายวิชา ดังนี้

ปรับปรุงรูปแบบการเรียนการสอน โดยนำรูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study Problem Base Learning มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน สามารถบูรณาการความรู้จากรายวิชาเขียนโปรแกรมมาใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้ มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาบูรณาการกับการเรียนการสอนและได้เห็นถึงความก้าวหน้าของศาสตร์ด้านนี้ในปัจจุบัน รวมถึงมีความสามารถในการศึกษาตำราภาษาอังกฤษในหัวข้อที่เกี่ยวข้องได้

รายงานผลการดำเนินการรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา

09114307 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

Numerical Methods

2. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)

09111151 แคลคูลัส 1 จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)

3. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง

อาจารย์ที่ปรึกษา

กลุ่มที่สอน

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วงศ์วิศรุต เชื่องสตุ่ง

กลุ่มที่สอน 1

5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

1/2563

6. สถานที่เรียน

ST1905 อาคารคณะวิทยาศาสตร์ 9 ชั้น/ / สอนออนไลน์ผ่าน Microsoft Teams

หมวดที่2. การจัดการเรียนการสอนที่เปรียบเทียบกับแผนการสอน

1. รายงานชั่วโมงการสอนจริงเทียบกับแผนการสอน

หัวข้อ	จำนวน ชั่วโมง ตาม แผนการ สอน	จำนวน ชั่วโมงที่ ได้สอน จริง	ระบุสาเหตุที่การสอนจริงต่างจาก แผนการสอนหากมี ความแตกต่าง เกิน 25%

1.- ชี้แจงเกี่ยวกับเนื้อหา การวัดและ ประเมินผล รายละเอียดต่างๆที่เกี่ยวข้อง ของรายวิชา บทที่ 1 การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อน 1.1 ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข 1.2 ความคลาดเคลื่อน	4	4	-
2.บทที่ 2 ผลเฉลยของสมการไม่เชิงเส้น 2.1 กระบวนการวิธีการทำซ้ำ	4	4	-
3.2.2 ระเบียบวิธีการแบ่งครึ่งช่วง 2.3 ระเบียบวิธีการวางตัวผิดที่	4	4	-
4.2.4 ระเบียบวิธีเซแคนต์ 2.5 ระเบียบวิธีของนิวตัน-ราฟสัน	4	4	-
5.บทที่ 3 ผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น 3.1 ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเมทริกซ์	4	4	-
6.3.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิง เส้น	4	4	-
7.3.2 การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิง เส้น (ต่อ)	4	4	-
8.บทที่ 4 การประมาณค่าในช่วงและการ ประมาณค่ากำลังสองน้อยที่สุด 4.1 การประมาณค่าในช่วงโดยพหุนาม	4	4	-
9.4.2 การประมาณค่าโดยวิธีกำลังสองน้อย สุด	4	4	-
10.4.2 การประมาณค่าโดยวิธีกำลังสอง น้อยสุด (ต่อ)	4	4	-
11.บทที่ 5 อนุพันธ์และปริพันธ์เชิงตัวเลข 5.1 การหาอนุพันธ์เชิงตัวเลข	4	4	-
12.5.2 การหาปริพันธ์เชิงตัวเลข	4	4	-
13.บทที่ 6 ผลเฉลยเชิงตัวเลขของ สมการ เชิงอนุพันธ์ 6.1 สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ	4	4	-
14.6.2 ปัญหาค่าขอบของสมการเชิงอนุพันธ์ สามัญ	4	4	-

15.การอภิปรายความรู้ร่วบยอดและการ ประยุกต์	4	4	-
---	---	---	---

2. หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน

-

หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุม	นัยสำคัญของหัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุม ตามแผน	แนวทางชดเชย
-	-	-

3. ประสิทธิภาพของวิธีสอนที่ทำให้เกิดผลการเรียนรู้ตามที่ระบุในรายละเอียดของรายวิชา

ผลการเรียนรู้	วิธีสอนที่ระบุในรายละเอียดรายวิชา	ประสิทธิผล		ปัญหาของการใช้วิธีสอน (ถ้ามี) พร้อม ข้อเสนอแนะในการแก้ไข
		มี	ไม่มี	
คุณธรรม จริยธรรม	- กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติ ร่วมกันในการเรียนการสอนเพื่อให้มี ระเบียบวินัย พร้อมทั้ง เน้นเรื่องการ ปฏิบัติตนที่เหมาะสม ถูกต้อง ตามกฎ ระเบียบ ข้อบังคับของมหาวิทยาลัย และ กฎระเบียบของสังคม และเน้นให้ นักศึกษามีความซื่อสัตย์ทั้งต่อตนเองและ ต่อสังคม -	✓		-
ความรู้	เปิดโอกาสให้นักศึกษาได้ซักถามข้อ สงสัย และแสดงความคิดเห็น ได้ตอบ ระหว่าง การเรียนการสอนทั้งภาค บรรยายและภาคปฏิบัติ - มอบหมาย งานให้นักศึกษาค้นคว้าข้อมูลและนำมา วิเคราะห์ ประมวลผลจัดทำรายงานและ นำเสนอหน้าชั้นเรียน ทั้งงานเดี่ยวและ งานกลุ่ม	✓		-
ทักษะทางปัญญา	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิดการ คิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิด อย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรม ในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปราย กลุ่ม การวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา กรณี ตัวอย่างหรือสถานการณ์จำลอง กิจกรรม การแก้ปัญหา (problem- solving task) การสะท้อนการเรียนรู้ การ เขียนบันทึกการเรียนรู้ หรือบันทึก ประสบการณ์ส่วนบุคคล การทำ โครงการ ใช้การเรียนรู้ผ่าน ประสบการณ์สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่าง	✓		-

	ถูกต้องตรง โดยการศึกษาดูงาน การฝึกงานในสถานประกอบการตลอดจนสหกิจศึกษา -			
ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ	มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน -	✓		-
ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ	จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการมอบหมายงานให้นักศึกษาศึกษาค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษา ทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสาร การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอนในทุกรายวิชา - -	✓		-
ทักษะพิสัย	จัดกิจกรรมให้นักศึกษาได้ฝึกฝนการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์หรือ คณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ	✓		-

4. ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุงวิธีสอน

สอดแทรกความรู้จากงานวิจัยให้มากขึ้น

หมวดที่3. สรุปผลการจัดการเรียนการสอนของรายวิชา

1. จำนวนนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียน

16

2. จำนวนนักศึกษาที่คงอยู่เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา

15

3. จำนวนนักศึกษาที่ถอน (W)

1

4. การกระจายของระดับคะแนน (เกรด)

ระดับคะแนน	จำนวน	คิดเป็นร้อยละ
A	1	6.25
B+	2	12.50
B	2	12.50
C+	3	18.75
C	3	18.75
D+	2	12.50
D	2	12.50
F	-	0.00
W	1	6.25
ไม่สมบูรณ์ (I)	-	0.00
ผ่าน (P,S)	-	0.00
ไม่ผ่าน (U)	-	0.00
AU	-	0.00

5. ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ (ถ้ามี)

-

6. ความคลาดเคลื่อนจากแผนการประเมินที่กำหนดไว้ในรายละเอียดรายวิชา

6.1 ความคลาดเคลื่อนด้านกำหนดเวลาการประเมิน

-

ความคลาดเคลื่อน	เหตุผล
-	-

6.2 ความคลาดเคลื่อนด้านวิธีการประเมินผลการเรียนรู้

-

ความคลาดเคลื่อน	เหตุผล
-	-

7. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา

ในระหว่างกระบวนการสอนรายวิชา มีการทวนสอบผลสัมฤทธิ์ในรายหัวข้อ ตามที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในรายวิชาจากการสอบถามนักศึกษา หรือสุ่มตรวจผลงานของนักศึกษา รวมถึงพิจารณาจากผลการทดสอบย่อย นอกจากนี้หลังการออกผลการเรียนรายวิชาจะมีการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยรวมในรายวิชาได้น้อย 1 แนวทาง ดังนี้

1. สุ่มสัมภาษณ์นักศึกษาโดยอาจารย์ประจำหลักสูตรหรือผู้ทรงคุณวุฒิ
2. ตั้งคณะกรรมการในสาขาวิชาเพื่อประเมินผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ของนักศึกษาโดยการใช้แบบประเมินตนเองของนักศึกษาเพื่อทวนสอบมาตรฐานผลการเรียนรู้
3. จัดทดสอบเพื่อทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชาโดยอาจารย์ประจำหลักสูตรหรือผู้ทรงคุณวุฒิ

หมวดที่4. ปัญหาและผลกระทบต่อการดำเนินการ

1. ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก -

ปัญหาในการใช้แหล่งทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน (ถ้ามี)	ผลกระทบ
-	-

2. ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร -

ปัญหาด้านการบริหารและองค์กร (ถ้ามี)	ผลกระทบต่อผลการเรียนรู้ของนักศึกษา
-	-

หมวดที่5. การประเมินรายวิชา

1. ผลการประเมินรายวิชาโดยนักศึกษา

- 1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วงศวิศรุต เขื่องสตุ่ง

ประเภท	Mean	SD
ประเมินตนเองของนักศึกษา	4.464	0.768
ประเมินอาจารย์ผู้สอน	4.684	0.609

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วงศวิศรุต เขื่องสตุ่ง

1.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1

-

2. ผลการประเมินรายวิชาโดยวิธีอื่น

2.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น

-

2.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 2.1

-

หมวดที่6. แผนการปรับปรุง

1. ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา
การจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning มีการปรับกระบวนการสอนในบางสัปดาห์ ใช้เอกสารประกอบการสอน ภาษาอังกฤษในบางหัวข้อ
2. การดำเนินการอื่น ๆ ในการปรับปรุงรายวิชา
มีการเรียนการสอน โดยนำรูปแบบการสอน Active Learning มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน บูรณาการความรู้จากรายวิชา การเขียนโปรแกรม (Python) มาใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลข การนำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา และได้เห็นถึงความก้าวหน้าของศาสตร์ด้านนี้ในปัจจุบัน ได้สอดแทรกงานบทความวิจัยทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลข:
 - 1). Khademi, A. & Vatne, J. E. Estimation of the interpolation error for semiregular prismatic elements. Applied Numerical Mathematics, 156. 174-191 (2020)
 - 2). Khuangsung, W. & Kangtuyakarn, A. Existence and convergence theorem for fixed point problem of various nonlinear mappings and variational inequality problems without some assumptions. Filomat, 32. 305-309 (2018)
 - 3). Khuangsung, W. & Sunthayuth, P. The generalized viscosity explicit rules for a family of strictly pseudo-contractive mappings in a q-uniformly smooth Banach space. Journal of inequalities and applications (2018)
 - 4). W. Khuangsung, A. Kangtuyakarn, The Method for Solving Fixed Point Problem of G-Nonexpansive Mapping in Hilbert Spaces Endowed with Graphs and Numerical Example. Indian J Pure Appl Math. 51, 155–170 (2020) (นำวิจัยของอาจารย์ผู้สอนมาเป็นกรณีศึกษา)เพื่อให้นักศึกษาได้เห็นความก้าวหน้าของระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในปัจจุบัน รวมถึงมีความสามารถในการศึกษาดำรงภาษาอังกฤษในหัวข้อที่เกี่ยวข้องได้
3. ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป
ควรส่งเสริมเกี่ยวกับการเรียนการสอนโดยนำรูปแบบการสอน Active Learning มาใช้ในการจัดการเรียนการสอนอย่างต่อเนื่อง สามารถบูรณาการความรู้จากรายวิชาการเขียนโปรแกรม (Python) มาใช้ในการแก้ปัญหาทางด้านระเบียบวิธีเชิงตัวเลขได้ การนำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา และได้เห็นถึงความก้าวหน้าของศาสตร์ด้านนี้ในปัจจุบัน รวมถึงมีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้ออย่างต่อเนื่อง
4. ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร
ไม่มี

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา :

ลงชื่อ **วงศ์วิศรุต เพ็ญสอตัน**

(ผศ.ดร.วงศ์วิศรุต เพ็ญสอตัน)

วันที่รายงาน 3 ธันวาคม 2563

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร :

ลงชื่อ **สมนึก ศรีสวัสดิ์**

(ผศ.สมนึก ศรีสวัสดิ์)

วันที่รายงาน 3 ธันวาคม 2563

THE METHOD FOR SOLVING FIXED POINT PROBLEM OF G -NONEXPANSIVE MAPPING IN HILBERT SPACES ENDOWED WITH GRAPHS AND NUMERICAL EXAMPLE

Wongvisarut Khuangsatung* and Atid Kangtunyakarn**

**Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science and Technology,
Rajamangala University of Technology Thanyaburi, Pathumthani, 12110, Thailand*

***Department of Mathematics, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology
Ladkrabang, Bangkok 10520, Thailand*

e-mails: wongvisarut_k@rmatt.ac.th; k@rmutt.ac.th; beawrock@hotmail.com

*(Received 4 January 2018; after final revision 23 October 2018;
accepted 10 January 2019)*

The main aim of this paper is to study a strong convergence theorem of viscosity approximation method for G -nonexpansive mapping defined on a Hilbert space endowed with a directed graph. By using our main result, we give a numerical example to approximate the value of π .

Key words : G -nonexpansive mappings; viscosity approximation; edge-preserving.

2010 Mathematics Subject Classification: 47H09, 47H10, 05C69

1. INTRODUCTION

The fixed point theory plays an important role in nonlinear functional analysis and is a very useful tool in various fields. In particular, fixed point theorem has been applied in many branches of sciences. For a recent trend of fixed point problem, one of the most interesting problems is the combination of fixed point theory and graph theory. In the past few years, many researchers have studied fixed point theorems in a metric space endowed with a graphs; see [1-4] and references cited therein.

Let (X, d) be a metric space. A mapping $T : X \rightarrow X$ is said to be contraction if there is $0 < k < 1$ such that

$$d(Tx, Ty) \leq kd(x, y) \text{ for all } x, y \in X.$$

The set of all fixed points of a mapping T is denoted by $F(T)$, i.e., $x \in F(T)$ if and only if $x = Tx$.

Let $G = (V(G), E(G))$ be a directed graph where $V(G)$ is a set of vertices of graph and $E(G)$ be a set of its edges, assume that G has no parallel edges, we denote G^{-1} as the directed graph obtained from G by reversing the direction of edges. That is,

$$E(G^{-1}) = \{(x, y) : (y, x) \in E(G)\}.$$

If x and y are vertices in G , then a path in G from x to y of length $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ is a sequence $\{x_i\}_{i=1}^n$ of $n + 1$ vertices such that $x_0 = x$, $x_n = y$, $(x_{i-1}, x_i) \in E(G)$ for $i = 1, 2, \dots, n$. A graph G is connected if there is a (directed) path between any two vertices of G .

For studying contractive-type mappings, the Banach contraction mapping principle, which was firstly introduced by Banach [5] in 1922, has been an important source for solving existence problems in fixed point theory. Some of the contractive-type mapping were studied in many directions, see [6, 7]. In 2008, Jachymski [8] combined the concept of fixed point theory and graph theory in a metric space to generalized Banach contraction mapping principle in a metric space endowed with a directed graph. He also introduced a contractive-type mapping with a directed graph as follows.

Definition 1.1 — [8]. Let (X, d) be a metric space and let $G = (V(G), E(G))$ be a directed graph such that $V(G) = X$ and $E(G)$ contains all loops, i.e., $\Delta = \{(x, x) : x \in X\} \subseteq E(G)$.

We say that a mapping $f : X \rightarrow X$ is a G -contraction if f preserves edges of G , i.e.,

$$x, y \in X, (x, y) \in E(G) \Rightarrow (f(x), f(y)) \in E(G)$$

and there exists $\alpha \in (0, 1)$ such that for any $x, y \in X$,

$$(x, y) \in E(G) \Rightarrow d(f(x), f(y)) \leq \alpha d(x, y).$$

In the past few years, many authors have studied a concept of G -contraction in order to improve and extend the above definition, see for instance [9-12] and references cited therein. Let C be a nonempty convex subset of a Banach space, $G = (V(G), E(G))$ be a directed graph such that $V(G) = C$ and $T : C \rightarrow C$, then T is said to be G -nonexpansive if the following conditions hold:

- (1) T is edge-preserving, i.e., for any $x, y \in C$ such that $(x, y) \in E(G) \Rightarrow (Tx, Ty) \in E(G)$;
- (2) $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$, whenever $(x, y) \in E(G)$ for any $x, y \in C$.

This mapping was introduced by Tiammee *et al.* [13] in 2015.

We know that Halpern iteration process is an important tool in fixed point problem and it can generate a strongly convergent sequence provided that the underlying space is smooth enough. So, in order to prove a strong convergence of the Halpern iteration process in a Hilbert space endowed with a directed graph, Tiammee *et al.* [13] introduced Property G and proved strong convergence of the Halpern iteration process for finding the set of fixed point of G -nonexpansive mappings in a Hilbert space endowed with a directed graph as the following theorem.

Theorem 1.2 — *Let C be a nonempty closed convex subset of a Hilbert space H and let $G = (V(G), E(G))$ be a directed graph such that $V(G) = C$, $E(G)$ is convex and G is transitive. Suppose C has Property G . Let $T : C \rightarrow C$ be a G -nonexpansive mapping. Assume that there exists $x_0 \in C$ such that $(x_0, Tx_0) \in E(G)$. Suppose that $F(T) \neq \emptyset$ and $F(T) \times F(T) \subseteq E(G)$. Let $\{x_n\}$ be a sequence satisfying*

$$x_0 \in C, x_{n+1} = \alpha_n u + (1 - \alpha_n)Tx_n, n \geq 0. \quad (1)$$

Let $\{x_n\}$ be a sequence defined by Halpern iteration, where $u = x_0$. If $\{x_n\}$ is dominated by Px_0 and $\{x_n\}$ dominates x_0 , then $\{x_n\}$ converges strongly to Px_0 , where P is the metric projection on $F(T)$.

One of the most interesting iteration processes is the viscosity approximation method introduced by Moudafi [15]. In 2004, Xu [14] studied the such method for a nonexpansive mapping in a Hilbert space and introduced an iterative scheme for finding the set of fixed points of a nonexpansive mapping in a Hilbert space as follows:

$$x_0 \in C, x_{n+1} = \alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)Tx_n, n \geq 0, \quad (2)$$

where $T : C \rightarrow C$ is a nonexpansive mapping with $F(T) \neq \emptyset$, $f : C \rightarrow C$ is a contraction, and $\{\alpha_n\} \subseteq (0, 1)$. Then, they proved a strong convergence theorem under suitable conditions of the parameters $\{\alpha_n\}$.

In this paper, motivated by [13] and [14], we prove a strong convergence theorem for finding the set of fixed point of G -nonexpansive mapping in a Hilbert space endowed with a directed graph. By using our main result, we give a numerical example to approximate the value of π .

2. PRELIMINARIES

In this paper, we denote "weak and strong convergence" by notations " $\rightharpoonup$ " and " $\rightarrow$ ", respectively. Recall that the (nearest point) projection P_C from H onto C assigns to each $x \in H$, there exists the

unique point $P_C x \in C$ satisfying the property

$$\|x - P_C x\| = \min_{y \in C} \|x - y\|.$$

In a real Hilbert space H , it is well known that H satisfies *Opial's condition* [19], i.e., for any sequence $\{x_n\}$ with $x_n \rightharpoonup x$, the inequality

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \inf \|x_n - x\| < \lim_{n \rightarrow \infty} \inf \|x_n - y\|,$$

holds for every $y \in H$ with $y \neq x$.

The following lemmas are needed to prove the main theorem.

Definition 2.1 — A sequence $\{x_n\}$ in a Hilbert space H is said to converge weakly to $x \in H$ if $\langle x_n, y \rangle \rightarrow \langle x, y \rangle$ for all $y \in H$. In this case, we write $x_n \rightharpoonup x$.

Theorem 2.2 — [16]. Let X be a Banach space. Then X is reflexive if and only if every closed convex bounded subset C of X is weakly compact, i.e., every bounded sequence in C has a weakly convergent subsequence.

Lemma 2.3 — [17]. Let $\{s_n\}$ be a sequence of nonnegative real numbers satisfying

$$s_{n+1} \leq (1 - \alpha_n)s_n + \delta_n, \forall n \geq 0,$$

where α_n is a sequence in $(0, 1)$ and $\{\delta_n\}$ is a sequence such that

$$(1) : \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty,$$

$$(2) : \limsup_{n \rightarrow \infty} \frac{\delta_n}{\alpha_n} \leq 0 \text{ or } \sum_{n=0}^{\infty} |\delta_n| < \infty.$$

Then, $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = 0$.

Lemma 2.4 — [18]. Given $x \in H$ and $y \in C$. Then, $P_C x = y$ if and only if there holds the inequality

$$\langle x - y, y - z \rangle \geq 0, \forall z \in C.$$

Lemma 2.5 — Let H be a real Hilbert space. Then

$$\|x + y\|^2 \leq \|x\|^2 + 2\langle y, x + y \rangle,$$

for all $x, y \in H$.

Property G : [13]. Let C be a nonempty subset of a normed space X and let $G = (V(G), E(G))$, where $V(G) = C$, be a directed graph. Then C is said to have Property G if every sequence $\{x_n\}$ in C converging weakly to $x \in C$, there is a subsequence $\{x_{n_k}\}$ of $\{x_n\}$ such that $(x_{n_k}, x) \in E(G)$ for all $k \in \mathbb{N}$.

The following basic definitions of domination in graphs [20, 21] are needed to prove the main theorem.

Let $G = (V(G), E(G))$ be a directed graph. A set $X \subseteq V(G)$ is called a dominating set if every $z \in V(G) \setminus X$ there exists $x \in X$ such that $(x, z) \in E(G)$ and we say that x dominates z or z is dominated by x . Let $z \in V$, a set $X \subseteq V$ is dominated by z if $(z, x) \in E(G)$ for any $x \in X$ and we say that X dominates z if $(x, z) \in E(G)$ for all $x \in X$. In this paper, we always assume that $E(G)$ contains all loops.

Theorem 2.6 — [13]. Let X be a normed space and $G = (V(G), E(G))$ a directed graph with $V(G) = X$. Suppose $T : X \rightarrow X$ is a G -nonexpansive mapping. If X has a Property G , then T is continuous.

Theorem 2.7 — [13]. Let X be a Hilbert space and C be a subset of X having Property G . Let $G = (V(G), E(G))$ be a directed graph such that $V(G) = C$ and $E(G)$ is convex. Suppose $T : C \rightarrow C$ is a G -nonexpansive mapping and $F(T) \times F(T) \subseteq E(G)$. Then $F(T)$ is closed and convex.

Definition 2.8 — [13]. Let $G = (V(G), E(G))$ be a directed graph. A graph G is called transitive if for any $x, y, z \in V(G)$ such that (x, y) and (y, z) are in $E(G)$, then $(x, z) \in E(G)$.

3. MAIN RESULT

In this section, we prove a strong convergence theorem of viscosity approximation methods for G -nonexpansive mapping in Hilbert spaces endowed with a directed graph.

The following Proposition is needed to prove the main theorem.

Proposition 3.1 — Let C be a convex subset of a vector space X and $G = (V(G), E(G))$ a directed graph such that $V(G) = C$ and $E(G)$ is convex. Let G be transitive, $T : C \rightarrow C$ be edge-preserving, and $f : C \rightarrow C$ be a G -contraction mapping. Let $\{x_n\}$ be a sequence defined by

$$\begin{cases} x_0 \in C, \\ x_{n+1} = \alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)Tx_n, n \geq 0, \end{cases}$$

where $(f(x_0), Tx_0)$ and $(x_0, f(x_0))$ are in $E(G)$. If $\{x_n\}$ dominates x_0 , then (x_n, x_{n+1}) , (x_0, x_n) , (x_0, Tx_n) , and (x_n, Tx_n) are in $E(G)$ for all $n \in \mathbb{N}$.

PROOF : We prove by induction. By transitivity of G and since $(x_0, f(x_0))$ and $(f(x_0), Tx_0)$ are in $E(G)$, we have $(x_0, Tx_0) \in E(G)$. Since $E(G)$ is convex, $(x_0, f(x_0))$ and (x_0, Tx_0) are in $E(G)$, we obtain

$$(\alpha_0 x_0 + (1 - \alpha_0)x_0, \alpha_0 f(x_0) + (1 - \alpha_0)Tx_0) = (x_0, x_1) \in E(G).$$

Since T is edge-preserving, f is G -contraction mapping and $(x_0, x_1) \in E(G)$, then $(Tx_0, Tx_1) \in E(G)$ and $((f(x_0), f(x_1))) \in E(G)$, respectively. By transitivity of G and since (x_0, Tx_0) and (Tx_0, Tx_1) are in $E(G)$, we obtain $(x_0, Tx_1) \in E(G)$. By assumption, $(x_1, x_0) \in E(G)$. Then, by transitivity of G and $(x_0, Tx_1) \in E(G)$, we get $(x_1, Tx_1) \in E(G)$. By transitivity of G and since $(f(x_0), Tx_0)$ and (Tx_0, Tx_1) are in $E(G)$, we obtain $(f(x_0), Tx_1) \in E(G)$. Since $E(G)$ is convex, $(f(x_0), Tx_1)$ and $(f(x_0), f(x_1))$ are in $E(G)$, we obtain

$$(\alpha_1 f(x_0) + (1 - \alpha_1)f(x_0), \alpha_1 f(x_1) + (1 - \alpha_1)Tx_1) = (f(x_0), x_2) \in E(G).$$

By transitivity of G and since (x_1, x_0) and $(x_0, f(x_0))$ are in $E(G)$, we obtain $(x_1, f(x_0)) \in E(G)$. Again, by transitivity of G and since $(x_1, f(x_0))$ and $(f(x_0), x_2)$ are in $E(G)$, we obtain $(x_1, x_2) \in E(G)$.

Next, assume that (x_k, x_{k+1}) , (x_0, x_k) , (x_0, Tx_k) , and (x_k, Tx_k) are in $E(G)$. Since T is edge-preserving and $(x_k, x_{k+1}) \in E(G)$, then $(Tx_k, Tx_{k+1}) \in E(G)$. By transitivity of G , and (x_0, Tx_k) , (Tx_k, Tx_{k+1}) are in $E(G)$, we have $(x_0, Tx_{k+1}) \in E(G)$. Since $\{x_n\}$ dominates x_0 , we have $(x_{k+1}, x_0) \in E(G)$. By transitivity of G , and (x_{k+1}, x_0) , (x_0, Tx_{k+1}) are in $E(G)$, we have $(x_{k+1}, Tx_{k+1}) \in E(G)$. By transitivity of G , and (x_0, x_k) , (x_k, x_{k+1}) are in $E(G)$, we get $(x_0, x_{k+1}) \in E(G)$. Since T is edge-preserving, f is G -contraction mapping, and $(x_0, x_{k+1}) \in E(G)$, we have (Tx_0, Tx_{k+1}) , $(f(x_0), f(x_{k+1}))$ are in $E(G)$, respectively. By transitivity of G and since $(f(x_0), Tx_0)$ and (Tx_0, Tx_{k+1}) are in $E(G)$, we obtain $(f(x_0), Tx_{k+1}) \in E(G)$. Since $E(G)$ is convex, $(f(x_0), Tx_{k+1})$ and $(f(x_0), f(x_{k+1}))$ are in $E(G)$, we obtain

$$\begin{aligned} (\alpha_{k+1} f(x_0) + (1 - \alpha_{k+1})f(x_0), \alpha_{k+1} f(x_{k+1}) + (1 - \alpha_{k+1})Tx_{k+1}) \\ = (f(x_0), x_{k+2}) \in E(G). \end{aligned}$$

By transitivity of G and since (x_{k+1}, x_0) and $(x_0, f(x_0))$ are in $E(G)$, we obtain $(x_{k+1}, f(x_0)) \in E(G)$. Again, by transitivity of G and since $(x_{k+1}, f(x_0))$ and $(f(x_0), x_{k+2})$ are in $E(G)$, we obtain $(x_{k+1}, x_{k+2}) \in E(G)$.

So, by induction, we can conclude that (x_n, x_{n+1}) , (x_0, x_n) , and (x_n, Tx_n) are in $E(G)$ for any $n \in \mathbb{N}$. $\square$

Theorem 3.2 — *Let C be a nonempty closed convex subset of a real Hilbert space H and let $G = (V(G), E(G))$ be a directed graph such that $V(G) = C$, $E(G)$ is convex and G is transitive. Suppose C has Property G. Let $T : C \rightarrow C$ be a G -nonexpansive mapping. Let $f : C \rightarrow C$ be a G -contraction mapping with coefficient $\alpha \in (0, 1)$. Assume that there exists $x_0 \in C$ such that $(f(x_0), Tx_0)$ and $(x_0, f(x_0))$ are in $E(G)$. Suppose that $F(T) \neq \emptyset$ and $F(T) \times F(T) \subseteq E(G)$. Let $\{x_n\}$ be a sequence generated by*

$$\begin{cases} x_0 \in C, \\ x_{n+1} = \alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)Tx_n, n \geq 0, \end{cases} \quad (3)$$

where $\{\alpha_n\} \subseteq (0, 1)$ satisfies

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, (ii) \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n = \infty, (iii) \sum_{n=0}^{\infty} |\alpha_{n+1} - \alpha_n| < \infty.$$

If $\{x_n\}$ dominates $P_{F(T)}f(x_0)$ and $\{x_n\}$ dominates x_0 , then the sequence $\{x_n\}$ converge strongly to $x_0 = P_{F(T)}f(x_0)$.

PROOF : We divide the proof into five steps:

Step 1 : We show that the sequence $\{x_n\}$ is bounded. Let $x^* = P_{F(T)}f(x_0)$. From Proposition 3.1, $(x_n, x_{n+1}) \in E(G)$ for all $n \in \mathbb{N}$. Since $x^* \in F(T)$ and $x^* = P_{F(T)}f(x_0)$ is dominated by $\{x_n\}$, we have $(x_n, x^*) \in E(G)$. From the definition of x_n , we get

$$\begin{aligned} \|x_{n+1} - x^*\| &\leq \alpha_n \|f(x_n) - x^*\| + (1 - \alpha_n) \|Tx_n - x^*\| \\ &\leq \alpha_n \|f(x_n) - x^*\| + (1 - \alpha_n) \|x_n - x^*\| \\ &\leq \alpha_n \|f(x_n) - f(x^*)\| + \alpha_n \|f(x^*) - x^*\| + (1 - \alpha_n) \|x_n - x^*\| \\ &\leq \alpha_n \alpha \|x_n - x^*\| + (1 - \alpha_n) \|x_n - x^*\| + \alpha_n \|f(x^*) - x^*\| \\ &= (1 - \alpha_n(1 - \alpha)) \|x_n - x^*\| + \alpha_n \|f(x^*) - x^*\|. \end{aligned}$$

By mathematical induction, we obtain that

$$\|x_n - x^*\| \leq \max \left\{ \|x_0 - x^*\|, \frac{\|f(x^*) - x^*\|}{1 - \alpha} \right\}, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Therefore, $\{x_n\}$ is bounded and so are $\{Tx_n\}$ and $\{f(x_n)\}$.

Step 2 : We will show that $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_{n+1} - x_n\| = 0$. From the definition of x_n and $(x_n, x_{n+1}) \in E(G)$, we have

$$\begin{aligned}
\|x_{n+1} - x_n\| &= \|\alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)Tx_n - \alpha_{n-1}f(x_{n-1}) \\
&\quad - (1 - \alpha_{n-1})Tx_{n-1}\| \\
&= \|\alpha_n f(x_n) - \alpha_n f(x_{n-1}) + \alpha_n f(x_{n-1}) - \alpha_{n-1}f(x_{n-1}) \\
&\quad + (1 - \alpha_n)Tx_n - (1 - \alpha_n)Tx_{n-1} + (1 - \alpha_n)Tx_{n-1} \\
&\quad - (1 - \alpha_{n-1})Tx_{n-1}\| \\
&= \|\alpha_n(f(x_n) - f(x_{n-1})) + (\alpha_n - \alpha_{n-1})f(x_{n-1}) \\
&\quad + (1 - \alpha_n)(Tx_n - Tx_{n-1}) + (\alpha_{n-1} - \alpha_n)Tx_{n-1}\| \\
&\leq \alpha_n \|f(x_n) - f(x_{n-1})\| + |\alpha_n - \alpha_{n-1}| \|f(x_{n-1})\| \\
&\quad + (1 - \alpha_n) \|Tx_n - Tx_{n-1}\| + |\alpha_n - \alpha_{n-1}| \|Tx_{n-1}\| \\
&\leq \alpha_n \alpha \|x_n - x_{n-1}\| + |\alpha_n - \alpha_{n-1}| \|f(x_{n-1})\| \\
&\quad + (1 - \alpha_n) \|x_n - x_{n-1}\| + |\alpha_n - \alpha_{n-1}| \|Tx_{n-1}\| \\
&= (1 - \alpha_n(1 - \alpha)) \|x_n - x_{n-1}\| + |\alpha_n - \alpha_{n-1}| \|f(x_{n-1})\| \\
&\quad + |\alpha_n - \alpha_{n-1}| \|Tx_{n-1}\|.
\end{aligned} \tag{4}$$

Applying Lemma 2.3, (4), and the conditions (i), (ii), (iii), we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_{n+1} - x_n\| = 0. \tag{5}$$

Step 3 : We show that $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n - Tx_n\| = 0$. For each $n \in \mathbb{N}$, we have

$$\begin{aligned}
\|x_n - Tx_n\| &\leq \|x_n - x_{n+1}\| + \|x_{n+1} - Tx_n\| \\
&\leq \|x_n - x_{n+1}\| + \alpha_n \|f(x_n) - Tx_n\|.
\end{aligned}$$

Because $\{Tx_n\}$ and $\{f(x_n)\}$ are bounded, from the condition (i), (ii), and (5), we have

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n - Tx_n\| = 0. \tag{6}$$

Step 4 : We show that $\limsup_{n \rightarrow \infty} \langle f(z_0) - z_0, x_n - z_0 \rangle \leq 0$ where $z_0 = P_{F(T)}f(z_0)$. To show this, choose a subsequence $\{x_{n_k}\}$ of $\{x_n\}$ such that

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \langle f(z_0) - z_0, x_n - z_0 \rangle = \lim_{k \rightarrow \infty} \langle f(z_0) - z_0, x_{n_k} - z_0 \rangle. \tag{7}$$

Because all the $\{x_{n_k}\}$ lie in the weakly compact set C and C has Property G , we may assume without loss of generality that $\{x_{n_k}\} \rightharpoonup \omega$ for some $\omega \in C$ and $(x_{n_k}, \omega) \in E(G)$. Suppose $\omega \notin F(T)$, then $\omega \neq T\omega$. By G -nonexpansiveness of T , (6), and the Opial's condition, we have

$$\begin{aligned} \liminf_{k \rightarrow \infty} \|x_{n_k} - \omega\| &< \liminf_{k \rightarrow \infty} \|x_{n_k} - T\omega\| \\ &\leq \liminf_{k \rightarrow \infty} (\|x_{n_k} - Tx_{n_k}\| + \|Tx_{n_k} - T\omega\|) \\ &\leq \liminf_{k \rightarrow \infty} \|x_{n_k} - \omega\|. \end{aligned}$$

This is a contradiction. Then $\omega \in F(T)$. Since $x_{n_k} \rightharpoonup \omega$ as $k \rightarrow \infty$ and $\omega \in F(T)$. By (7) and Lemma 2.4, we have

$$\begin{aligned} \limsup_{n \rightarrow \infty} \langle f(z_0) - z_0, x_n - z_0 \rangle &= \lim_{k \rightarrow \infty} \langle f(z_0) - z_0, x_{n_k} - z_0 \rangle \\ &= \langle f(z_0) - z_0, \omega - z_0 \rangle \\ &\leq 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Step 5 : Finally, we show that $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = z_0$, where $z_0 = P_{F(T)}f(z_0)$. By G -nonexpansiveness of T and $(z_0, x_n) \in E(G)$, and Lemma 2.5, we have

$$\begin{aligned} \|x_{n+1} - z_0\|^2 &= \|\alpha_n(f(x_n) - z_0) + (1 - \alpha_n)(Tx_n - z_0)\|^2 \\ &\leq \|(1 - \alpha_n)(Tx_n - z_0)\|^2 + 2\alpha_n \langle f(x_n) - z_0, x_{n+1} - z_0 \rangle \\ &\leq (1 - \alpha_n)^2 \|x_n - z_0\|^2 + 2\alpha_n \langle f(x_n) - z_0, x_{n+1} - z_0 \rangle \\ &= (1 - \alpha_n)^2 \|x_n - z_0\|^2 + 2\alpha_n \langle f(x_n) - f(z_0), x_{n+1} - z_0 \rangle \\ &\quad + 2\alpha_n \langle f(z_0) - z_0, x_{n+1} - z_0 \rangle \\ &\leq (1 - \alpha_n)^2 \|x_n - z_0\|^2 + 2\alpha_n \|f(x_n) - f(z_0)\| \|x_{n+1} - z_0\| \\ &\quad + 2\alpha_n \langle f(z_0) - z_0, x_{n+1} - z_0 \rangle \\ &\leq (1 - \alpha_n)^2 \|x_n - z_0\|^2 + 2\alpha_n \alpha \|x_n - z_0\| \|x_{n+1} - z_0\| \\ &\quad + 2\alpha_n \langle f(z_0) - z_0, x_{n+1} - z_0 \rangle \\ &\leq (1 - \alpha_n)^2 \|x_n - z_0\|^2 + \alpha_n \alpha \|x_n - z_0\|^2 + \alpha_n \alpha \|x_{n+1} - z_0\|^2 \\ &\quad + 2\alpha_n \langle f(z_0) - z_0, x_{n+1} - z_0 \rangle. \end{aligned}$$

It implies that

$$\|x_{n+1} - z_0\|^2 \leq \frac{(1 - \alpha_n)^2 + \alpha_n \alpha}{1 - \alpha_n \alpha} \|x_n - z_0\|^2 + \frac{2\alpha_n}{1 - \alpha_n \alpha} \langle f(z_0) - z_0, x_{n+1} - z_0 \rangle$$

$$\begin{aligned}
&= \left(1 - \frac{2\alpha_n(1-\alpha)}{1-\alpha_n\alpha}\right) \|x_n - z_0\|^2 + \frac{2\alpha_n(1-\alpha)}{1-\alpha_n\alpha} \left(\frac{\alpha_n}{2(1-\alpha)} \|x_n - z_0\|^2\right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{1-\alpha} \langle f(z_0) - z_0, x_{n+1} - z_0 \rangle\right).
\end{aligned}$$

From the conditions (i), (ii), (8), and Lemma 2.3, we can conclude that the sequence $\{x_n\}$ converges strongly to $z_0 = P_{F(T)}f(z_0)$. This completes the proof. $\square$

4. NUMERICAL RESULTS

The purpose of this section we give a numerical example to support our some result. The following example is given for supporting Theorem 3.2.

Example 4.1 : Let $H = \mathbb{R}$ and $C = [0, 1]$ with the usual norm $\|x - y\| = |x - y|$ and let $G = (V(G), E(G))$ be such that $V(G) = C$, $E(G) = \{(x, y) : x, y \in [0, \frac{3}{5}] \text{ such that } |x - y| \leq \frac{1}{5}\}$. Let $f : C \rightarrow C$ be defined by $f(x) = \frac{x}{9}$, for all $x \in [0, 1]$. Define $T : C \rightarrow C$ by

$$Tx = \begin{cases} \frac{1}{10}x & \text{if } x \in [0, 1), \\ \frac{8}{5} & \text{if } x = 1. \end{cases}$$

Solution : We observe that $F(T) = \{0\}$. Choose $x_0 = \frac{1}{5}$, then $(x_0, Tx_0) \in E(G)$. It is easy to see that $E(G)$ is convex. Let $(x, y) \in E(G)$. Then $x, y \in [0, \frac{3}{5}]$ and $|x - y| \leq \frac{1}{5}$. It implies that

$$|Tx - Ty| \leq \frac{1}{10}|x - y| \leq |x - y| \leq \frac{1}{5}.$$

Then, we have $(Tx, Ty) \in E(G)$ and $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$. Thus T is G -nonexpansive. For every $n \in \mathbb{N}$, $\alpha_n = \frac{1}{2(n+1)}$. We rewrite (3) as follows:

$$x_{n+1} = \left(\frac{1}{2(n+1)}\right) \left(\frac{x_n}{9}\right) + \left(1 - \frac{1}{2(n+1)}\right) \left(\frac{x_n}{10}\right). \quad (9)$$

Since $x_0 = \frac{1}{5} \in [0, \frac{1}{5}]$, from (9), we have

$$x_1 = \left(\frac{1}{2(1)}\right) \left(\frac{x_0}{9}\right) + \left(1 - \frac{1}{2(1)}\right) \left(\frac{x_0}{10}\right).$$

By the convexity, we have $x_1 \in [0, \frac{1}{5}]$. Since $x_1 \in [0, \frac{1}{5}]$ and (9), we have

$$x_2 = \left(\frac{1}{2(2)}\right) \left(\frac{x_2}{9}\right) + \left(1 - \frac{1}{2(2)}\right) \left(\frac{x_2}{10}\right).$$

By the convexity, we have $x_2 \in [0, \frac{1}{5}]$. By continuing in this way, we have $x_n \in [0, \frac{1}{5}]$, for all $n \in \mathbb{N}$. It implies that $x_n \leq \frac{1}{5}$ for all $n \in \mathbb{N}$. It follows that $(x_n, P_{F(T)}f(x_0)) = (x_n, 0) \in E(G)$. That is, $P_{F(T)}f(x_0)$ is dominated by $\{x_n\}$. It can be observed that parameters satisfy all the conditions of Theorem 3.2 and $C = [0, 1]$ satisfy Property G . Hence, the sequence $\{x_n\}$ converges strongly to 0.

Next, we show that T is not a nonexpansive mapping. Choose $x = 1$ and $y = \frac{3}{5}$, we have

$$\left|T(1) - T\left(\frac{3}{5}\right)\right| = \left|\frac{8}{5} - \frac{3}{50}\right| = \frac{77}{50} > \frac{2}{5} = \left|1 - \frac{3}{5}\right|.$$

Mathematicians know that the number π is an important mathematical constant. For the previous decades, many researcher have been trying to approximate the value of π ; see [22, 23] and the references therein. By using our main result, we introduce the new method to approximate the value of π as shown in the following example.

Example 4.2 : Let $H = \mathbb{R}$ and $C = [3, 4]$ with the usual norm $\|x - y\| = |x - y|$ and let $G = (V(G), E(G))$ be such that $V(G) = C$, $E(G) = \{(x, y) : x, y \in [3, \frac{18}{5}] \text{ such that } |x - y| \leq \frac{16}{5}\}$. Let $f : C \rightarrow C$ be defined by $f(x) = \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}(\pi)$, for all $x \in [3, 4]$. Define $T : C \rightarrow C$ by

$$Tx = \begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}(\pi) & \text{if } x \in [3, 4), \\ \frac{56}{35} & \text{if } x = 4. \end{cases}$$

Solution : We observe that $F(T) = \{\pi\}$. Choose $x_0 = \frac{16}{5}$, then $(x_0, Tx_0) \in E(G)$. It is easy to see that $E(G)$ is convex. Let $(x, y) \in E(G)$. Then $x, y \in [3, \frac{18}{5}]$ and $|x - y| \leq \frac{16}{5}$. It implies that

$$|Tx - Ty| = \left|\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}(\pi) - \frac{1}{3}y - \frac{2}{3}(\pi)\right| \leq \frac{1}{3}|x - y| \leq |x - y| \leq \frac{16}{5}.$$

Then, we have $(Tx, Ty) \in E(G)$ and $\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|$. Thus T is G -nonexpansive. For every $n \in \mathbb{N}$, $\alpha_n = \frac{1}{2(n+1)}$. We rewrite (3) as follows:

$$x_{n+1} = \left(\frac{1}{2(n+1)}\right) \left(\frac{1}{5}x_n + \frac{4}{5}(\pi)\right) + \left(1 - \frac{1}{2(n+1)}\right) \left(\frac{1}{3}x_n + \frac{2}{3}(\pi)\right). \quad (10)$$

Since $x_0 = \frac{16}{5} \in [3, \frac{16}{5}]$, from (10), we have

$$x_1 = \left(\frac{1}{2(1)}\right) \left(\frac{1}{5}x_0 + \frac{4}{5}(\pi)\right) + \left(1 - \frac{1}{2(1)}\right) \left(\frac{1}{3}x_0 + \frac{2}{3}(\pi)\right).$$

By the convexity, we have $x_1 \in [3, \frac{16}{5}]$. Since $x_1 \in [3, \frac{16}{5}]$ and (10), we have

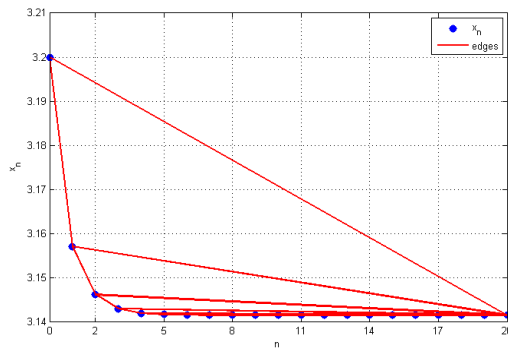
$$x_2 = \left(\frac{1}{2(2)} \right) \left(\frac{1}{5}x_1 + \frac{4}{5}(\pi) \right) + \left(1 - \frac{1}{2(2)} \right) \left(\frac{1}{3}x_1 + \frac{2}{3}(\pi) \right).$$

By the convexity, we have $x_2 \in (3, \frac{16}{5}]$. By continuing in this way, we have $x_n \in [3, \frac{16}{5}]$, for all $n \in \mathbb{N}$. It implies that $3 \leq x_n \leq \frac{16}{5}$ for all $n \in \mathbb{N}$. Then $|x_n - \pi| \leq \frac{16}{5}$ for all $n \in \mathbb{N}$. It follows that $(x_n, P_{F(T)}f(\pi)) = (x_n, \pi) \in E(G)$. That is, $P_{F(T)}f(\pi)$ is dominated by $\{x_n\}$. It can be observed that parameters satisfy all the conditions of Theorem 3.2 and $C = [3, 4]$ satisfy Property G . Since $F(T) \neq \emptyset$, then the sequence $\{x_n\}$ converges strongly to π .

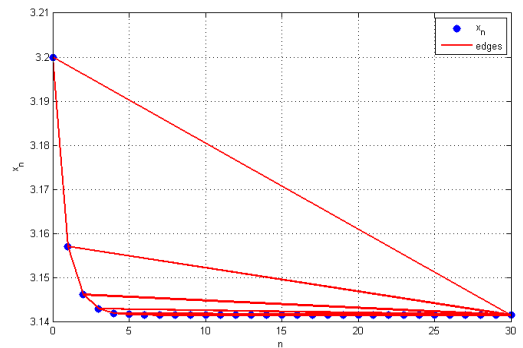
Next, we show that T is not a nonexpansive mapping. Choose $x = 4$ and $y = \frac{18}{5}$, we have

$$\begin{aligned} \left| T(4) - T\left(\frac{18}{5}\right) \right| &= \left| \frac{56}{35} - \left(\frac{1}{3} \left(\frac{18}{5} \right) + \frac{2}{3}(\pi) \right) \right| \\ &\approx \left| \frac{56}{35} - \left(\frac{1}{3} \left(\frac{18}{5} \right) + \frac{2}{3} \left(\frac{22}{7} \right) \right) \right| \\ &= \frac{178}{105} \\ &> \frac{2}{5} \\ &= \left| 4 - \frac{18}{5} \right|. \end{aligned}$$

Using the algorithm (10) and choosing $x_0 = \frac{16}{5}$ with $n = 20$ and $n = 30$, we have the numerical result to approximate the value of π as shown in Table 1 and Figure 1.



(A) $n=20$



(B) $n=30$

Figure 1: The convergence of $\{x_n\}$ with initial values $x_0 = \frac{16}{5}$.

$n = 20$		$n = 30$	
n	x_n	n	x_n
0	3.200000000000000	0	3.200000000000000
1	3.157167945965848	1	3.157167945965848
2	3.146265241302610	2	3.146265241302610
3	3.143046347544892	3	3.143046347544892
4	3.142052990008907	4	3.142052990008907
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
10	3.141593185425522	15	3.141592659742157
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
16	3.141592654255843	26	3.141592653589803
17	3.141592653809197	27	3.141592653589797
18	3.141592653662115	28	3.141592653589794
19	3.141592653613647	29	3.141592653589793
20	3.141592653597665	30	3.141592653589793

Table 1: The values of the sequences $\{x_n\}$ with initial value $x_0 = \frac{16}{5}$.

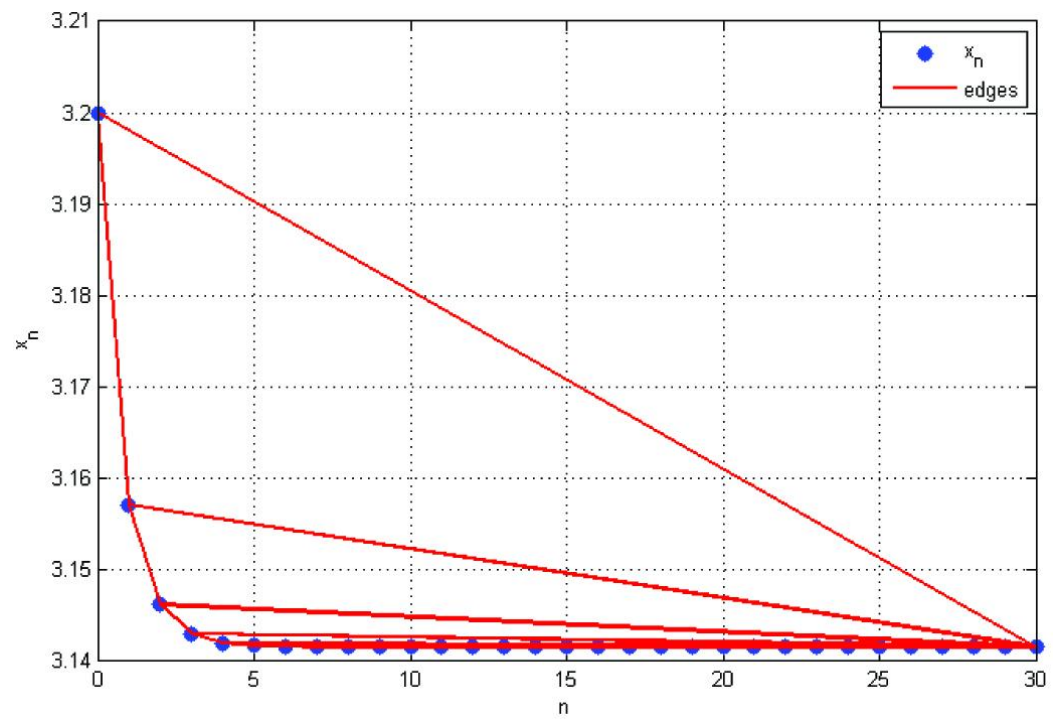
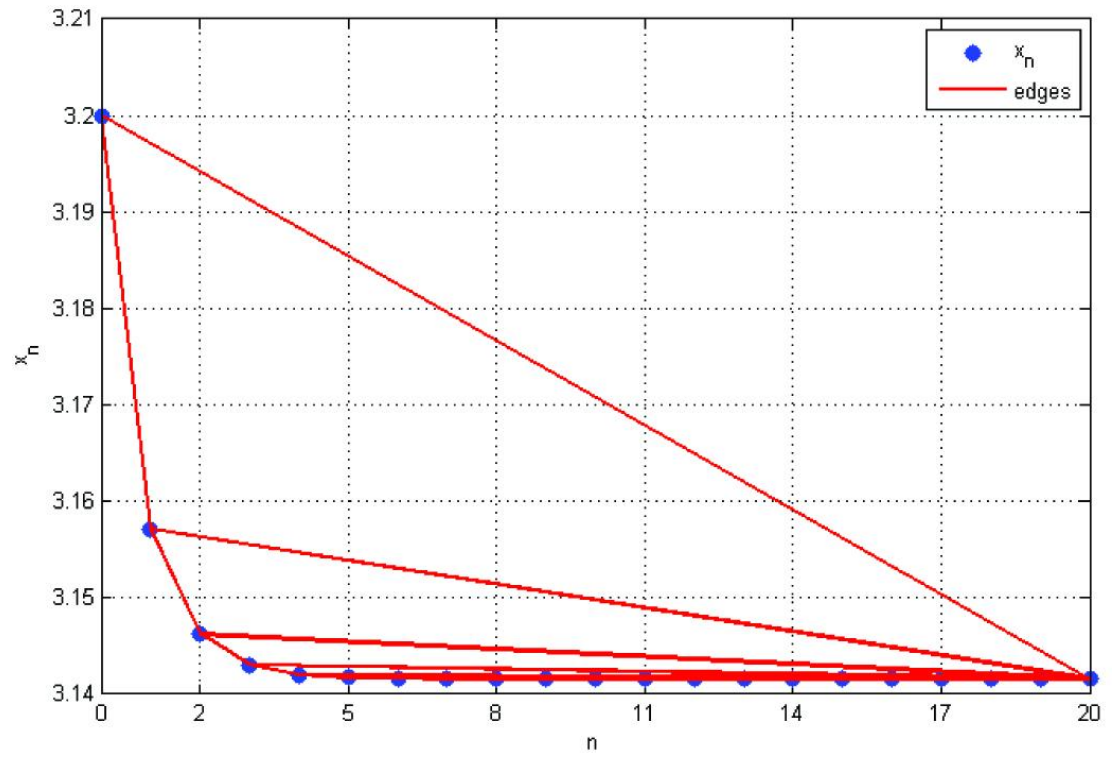
5. CONCLUSION

In this work, we introduce a viscosity approximation method of G -nonexpansive mapping defined on a Hilbert space endowed with a directed graph. We obtain a strong convergence theorem for the sequence generated by the proposed method under suitable conditions. However, we should like remark the following:

1. In Theorem 3.2, we use the concept of a viscosity approximation method and our result is proved with an assumption on a directed graph, which is a different result from Xu [14].
2. From Theorem 3.2, we can conclude that the sequence $\{x_n\}$, in Example 4.2, converges to π .
3. In Example 4.2, the sequence $\{x_n\}$ converges to π as shown in the Table 1 and Figure 1.
4. In order to gain more accuracy of π , the iterative approximation is depended on the number of n as shown in the Table 1.

ACKNOWLEDGEMENT

The first author would like to thank the RMUTT Research Grant for New Scholar (NSF62D0601) for financial support. The second author would like to thank the Research and Innovation Services of KingMongkut's Institute of Tecnology Ladkrabang for financial support. We also would thank to the reviewers for their invaluable suggestions.



REFERENCES

1. F. Bojor, Fixed point of φ -contraction in metric spaces endowed with a graph, *Annals of the University of Craiova, Mathematics and Computer Science Series*, **37**(4) (2010), 85-92.
2. F. Bojor, Fixed point theorems for Reich type contractions on metric spaces with a graph, *Nonlinear Anal.*, **75**(9) (2012), 3895-3901.
3. A. Sultana and V. Vetrivel, Fixed points of Mizoguchi-Takahashi contraction on a metric space with a graph and applications, *J. Math. Anal. Appl.* **417** (2014), 336-344.
4. I. Beg, A. R. Butt, and S. Radojevic, The contraction principle for set valued mappings on a metric space with a graph, *Comput. Math. Appl.*, **60** (2010), 1214-1219.
5. S. Banach, Sur les operations dans les ensembles abstraits et leur applications aux equations integrales, *Fund. Math.*, **3** (1992), 133-181.
6. HS. Ding, L. Li, and S. Radenovic, Coupled coincidence point theorems for generalized nonlinear contraction in partially ordered metric spaces, *Fixed Point Theory Appl.*, **2012**, (2012). doi:10.1186/1687-1812-2012-96.
7. HS. Ding, Z. Kadelburg, and H. K. Nashine, Common fixed point theorems for weakly increasing mappings on ordered orbitally complete metric spaces, *Fixed Point Theory Appl.*, **2012**(85) (2012), <https://doi.org/10.1186/1687-1812-2012-85>.
8. J. Jachymski, The contraction principle for mappings on a metric space with a graph, *Proc. Am. Math. Soc.*, **136**(4) (2008), 1359-1373.
9. A. Hanjing and S. Suantai, Coincidence point and fixed point theorems for a new type of G -contraction multivalued mappings on a metric space endowed with a graph, *Fixed Point Theory Appl.*, **171** (2015). doi 10.1186/s13663-015-0420-4.
10. C. Klanarong and S. Suantai, Coincidence point theorems for some multi-valued mappings in complete metric spaces endowed with a graph, *Fixed Point Theory Appl.*, **129** (2015). doi 10.1186/s13663-015-0379-1.
11. T. Dinevari and M. Frigon, Fixed point results for multivalued contractions on a metric space with a graph, *J. Math. Anal. Appl.*, **405** (2013), 507-517.
12. M. R. Alfuraidan, Fixed points of monotone nonexpansive mappings with a graph, *Fixed Point Theory Appl.*, **49**(2015) (2015). doi:10.1186/s13663-015-0299-0.
13. J. Tiammee, A. Kaewkhao, and S. Suantai, On Browder's convergence theorem and Halpern iteration process for G -nonexpansive mappings in Hilbert spaces endowed with graphs, *Fixed Point Theory Appl.*, **187**(2015) (2015). doi:10.1186/s13663-015-0436-9.
14. H. K. Xu, Viscosity approximation methods for nonexpansive mappings, *J. Math. Anal. Appl.*, **298**

- (2004), 279-291.
15. A. Moudafi, Viscosity approximation methods for fixed-points problems, *J. Math. Anal. Appl.*, **241** (2000), 46-55.
 16. R. P. Agarwal, D. O'Regan, and D. R. Sahu, Fixed point theory for Lipschitzian type-mappings with applications, Springer, New York (2009).
 17. H. K. Xu, An iterative approach to quadric optimization, *J. Optim. Theory Appl.*, **116** (2003), 659-678.
 18. W. Takahashi, *Nonlinear Functional Analysis*, Yokohama Publishers, Yokohama (2000).
 19. Z. Opial, Weak convergence of the sequence of successive approximation of nonexpansive mappings, *Bull. Amer. Math. Soc.*, **73** (1967), 591-597.
 20. C. Pang, R. Zhang, Q. Zhang, and J. Wang, Dominating sets in directed graphs, *Inf. Sci.*, **180** (2010), 3647-3652.
 21. J. Bang-Jensen and G. Gutin, Digraphs theory, algorithms and applications, Springer Monographs in Mathematics, Springer, London (2007).
 22. D. H. Bailey, The computation of Pi to 29360000 decimal digit using Borweins' quartically convergent algorithm, *Math. Comput.*, **50** (1988), 283-296.
 23. J. M. Borwein, P. B. Borwein, and D. H. Bailey, Ramanujan, modular equations, and approximations to Pi, or how to compute one billion digits of Pi, *Amer. Math. Monthly*, **96** (1989), 201-219.

รายละเอียดของรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

- รหัสและชื่อรายวิชา

09113305 การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ 1

Mathematical Analysis 1

- จำนวนหน่วยกิต

3 (3-0-6) จำนวนหน่วยกิต (บรรยาย-ปฏิบัติ-ศึกษาด้วยตนเอง)

- หลักสูตรและประเภทของรายวิชา

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หมวดวิชาเฉพาะ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (ปี 2559)

- อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

อ.ดร.วรรณมา ศรีปราชญ์

- ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

ภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษาที่ 2563

- รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)

09113201 หลักคณิตศาสตร์ จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)

- รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

- สถานที่เรียน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี / เรียน online หรือเป็นไปตามประกาศของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

- วันที่จัดทำหรือปรับปรุงรายละเอียดของรายวิชาครั้งล่าสุด

30 มิ.ย. 2563

หมวดที่2. จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

- จุดมุ่งหมายของรายวิชา

เพื่อให้นักศึกษา

1.1 เข้าใจระบบจำนวนจริง

1.2 สามารถนำความรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริงไปใช้พิสูจน์ทฤษฎีบทพื้นฐานทางทอพอโลยีบนเส้นจำนวนจริงได้

- 1.3 เข้าใจลำดับของจำนวนจริง และการพิสูจน์การลู่เข้าและการลู่ออกของลำดับ
- 1.4 สามารถแก้ปัญหาการพิสูจน์ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันได้
- 1.5 เข้าใจการหาอนุพันธ์ และปริพันธ์แบบปริมันน์
- 1.6 เข้าใจอนุกรมของจำนวนจริง และการพิสูจน์การลู่เข้าและการลู่ออกของอนุกรม

2. วัตถุประสงค์ในการพัฒนา/ปรับปรุงรายวิชา

เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน ให้มีรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย เช่นมีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาบูรณาการกับการเรียนการสอน มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในการบางหัวข้อ มีการส่งเสริมให้นักศึกษาใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอน การสืบค้นข้อมูล และส่งเสริมทักษะการนำเสนอให้กับนักศึกษา

หมวดที่3. ลักษณะและการดำเนินการ

1. คำอธิบายรายวิชา

ระบบจำนวนจริง ทอพอโลยีบนเส้นจำนวนจริง ลำดับของจำนวนจริง ลิมิตและความต่อเนื่อง การหาอนุพันธ์และปริพันธ์รีมันน์ อนุกรมของจำนวนจริง

Real number system, topology on real line, sequences of real numbers, limits and continuity, differentiation and Riemann integrals, series of real numbers

2. จำนวนชั่วโมงที่ใช้ต่อภาคการศึกษา

-

บรรยาย	การฝึกปฏิบัติ/การฝึกงาน	การศึกษาด้วยตนเอง	สอนเสริม
45 ชั่วโมง	ไม่มี	90 ชั่วโมง	ตามความต้องการของนักศึกษา

3. จำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่อาจารย์ให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

2 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ โดยจะแจ้ง วิธีการ/ช่องทางการให้คำปรึกษา ให้นักศึกษาทราบในรายละเอียดรายวิชาที่แจกให้นักศึกษาในคาบแรกที่สอน

หมวดที่4. การพัฒนาการเรียนรู้ของนักศึกษา

1 คุณธรรม จริยธรรม

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	สอดแทรกเรื่องของความซื่อสัตย์สุจริต ในกิจกรรมการเรียนการสอน	-
●	2.มีระเบียบวินัย	กำหนดให้มีกฎระเบียบและ ข้อปฏิบัติ ร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษา มีวินัย และตรงต่อเวลา	1. การสังเกตพฤติกรรม 2. การเข้าชั้นเรียน

2 ความรู้

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
-------	---------------	--------------------	--------------------------

●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	การบรรยาย	การสอบข้อเขียน
●	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	การบรรยาย	การสอบข้อเขียน

3 ทักษะทางปัญญา

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย	ประเมินจากการตอบ คำถาม /การนำเสนอแบบฝึกหัดหน้าชั้นเรียน
○	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	มอบหมายงานให้นักศึกษาได้ฝึกในเรื่องของการแก้ปัญหา	-

4 ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	มอบหมายงานโดยให้นักศึกษาทำงานเป็นกลุ่ม	-

5 ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	1. การบรรยาย 2. มอบหมายงาน	-
○	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	1. การบรรยาย 2. มอบหมายงาน	-

○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	มอบหมายงานและให้นำเสนอหน้าชั้นเรียน	-
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	มอบหมายงานและให้นำเสนอหน้าชั้นเรียน	-

หมวดที่5. แผนการสอนและการประเมินผล

1. แผนการสอน

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	จำนวนชั่วโมง		กิจกรรมการเรียนรู้ การสอน สื่อที่ใช้ (ถ้ามี)	ผู้สอน
		ทฤษฎี	ปฏิบัติ		
1	บทที่ 1 ระบบจำนวนจริง 1.1 จำนวนนับและอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ 1.2 สนามอันดับ	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นํางานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) Problem Base Learning - นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ -นํางานวิจัยในปัจจุบันมาประกอบการจัดการสอน เพื่อให้นักศึกษาได้เห็นถึงความก้าวหน้าของศาสตร์สาขานี้ในปัจจุบัน	ดร.วรรณา
2	บทที่ 1 ระบบจำนวนจริง 1.3 สัจพจน์ความบริบูรณ์ 1.4 ทอพอโลยีบนเส้นจำนวนจริง	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E-Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณา
3	บทที่ 2 ลำดับของจำนวนจริง 2.1 ลิมิตของลำดับ	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E-Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณา
4	บทที่ 2 ลำดับของจำนวนจริง 2.2 ลำดับทางเดียวและลำดับโคซี	3	0	-ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based L-ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E-Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณา
5	บทที่ 3 ลิมิตและภาวะต่อเนื่อง 3.1 ลิมิตของฟังก์ชัน	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E-Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณา

6	บทที่ 3 ลิขิตและภาวะต่อเนื่อง 3.2 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 3.3 คุณสมบัติของฟังก์ชันต่อเนื่อง	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณณา
7	บทที่ 3 ลิขิตและภาวะต่อเนื่อง 3.4 ภาวะต่อเนื่องแบบเอกรูป	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณณา
8	บทที่ 4 การหาอนุพันธ์ 4.1 อนุพันธ์	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณณา
9	บทที่ 4 การหาอนุพันธ์ 4.1 อนุพันธ์	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณณา
10	บทที่ 4 การหาอนุพันธ์ 4.3 หลักเกณฑ์ของโลปีตาล	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณณา
11	บทที่ 5 การหาปริพันธ์ 5.1 ปริพันธ์รีมันน์	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณณา
12	บทที่ 5 การหาปริพันธ์ 5.2 คุณสมบัติของปริพันธ์รีมันน์	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณณา
13	บทที่ 5 การหาปริพันธ์ 5.3 ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิป์วิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณณา
14	บทที่ 6 อนุกรมของจำนวนจริง 6.1 อนุกรมอนันต์	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning - Case Study (นํางานวิจัยของอาจารย์มาเป็น กรณีศึกษา)	ดร.วรรณณา

				สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิปวิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	
15	บทที่ 6 อนุกรมของจำนวนจริง 6.2 การทดสอบการลู่เข้า	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning - Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็น กรณีศึกษา) - Problem Base Learning สื่อการสอน: เอกสารประกอบการสอน/ บทความวิจัย /ตำราภาษาอังกฤษ/คลิปวิดีโอ/E- Learning/สื่อเทคโนโลยีอื่น ๆ	ดร.วรรณภา

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้

1. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านคุณธรรม จริยธรรม

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	-	-	0
●	2.มีระเบียบวินัย	1. การสังเกตพฤติกรรม 2. การเข้าเรียน	ทุกสัปดาห์	10

2. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและ ทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้าน ที่เกี่ยวข้อง	การสอบข้อเขียน	4,9,12,17	40
●	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบาย หลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	การสอบข้อเขียน	4,9,12,17	40

3. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะทางปัญญา

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็น ระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและ วิธีการทางวิทยาศาสตร์	ประเมินจากการ ตอบ คำถาม แบบฝึกหัด	ทุกสัปดาห์	10
○	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และ ภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับ	-	-	0

	สถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม			
--	---	--	--	--

4. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและ สามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับ ความสำคัญของการทำงาน	-	-	0

5. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
○	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทาง คณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการ วิเคราะห์ประมวลผลการ แก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่าง เหมาะสม	-	-	0
○	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสาร ความรู้ทางวิทยาศาสตร์และ คณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสาร ได้อย่างเหมาะสม	-	-	0
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษ หรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการ ค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	-	-	0
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศใน การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้ อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับ สถานการณ์	-	-	0

หมวดที่6. ทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน

1. เอกสารและตำราหลัก

1. เอกสารประกอบการสอนรายวิชาการวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ 1
2. E-learning รายวิชา การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ 1 ใน <https://dlearn.rmutt.ac.th/>

2. เอกสารและข้อมูลสำคัญ

1. Rudin, W. **Principles of Mathematical Analysis**. London: McGraw-Hill Book Company, 1976.

2. Steven Lay. **Analysis With an Introduction to Proof**. Prentice Hall, 2005.

3. เอกสารและข้อมูลแนะนำ

Pinter, C.C. **Set Theory**. London: Addison-Wesley Publishing Company, 1971.

หมวดที่7. การประเมินและปรับปรุงการดำเนินการของรายวิชา

1. กลยุทธ์การประเมินประสิทธิผลของรายวิชาโดยนักศึกษา

1.1 การสนทนาระหว่างอาจารย์ผู้สอนและกลุ่มผู้เรียน

1.2 นักศึกษาประเมินการสอนของผู้สอน ประเมินตนเอง และให้ข้อเสนอแนะ ผ่านระบบ vision net ของสำนักส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน

1.3 ให้นักศึกษาทำแบบประเมินตนเองเพื่อทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้

2. กลยุทธ์การประเมินการสอน

1. สุ่มตรวจการสอนโดยคณะกรรมการฯ

2. สัมภาษณ์นักศึกษา

3. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร

4. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยนักศึกษาเป็นผู้ประเมินตนเอง

3. การปรับปรุงการสอน

ปรับปรุงการจัดการเรียนการสอน ให้มีรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย เช่นมีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาบูรณาการกับการเรียนการสอน มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ มีการส่งเสริมให้นักศึกษาใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอน การสืบค้นข้อมูล และส่งเสริมทักษะการนำเสนอให้กับนักศึกษา

4. การทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา

ดำเนินการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร และทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยให้นักศึกษาประเมินตนเอง

5. การดำเนินการทบทวนและการวางแผนปรับปรุงประสิทธิผลของรายวิชา

เพิ่มการนำสื่อและเทคโนโลยีมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน จัดการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคที่หลากหลาย เช่นมีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาบูรณาการกับการเรียนการสอน มีการนำบทความวิจัยในปัจจุบันมาประกอบการสอนเพื่อให้นักศึกษาเห็นถึงความก้าวหน้าของรายวิชาในปัจจุบัน มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ อีกทั้งมีการฝึกให้นักศึกษาได้นำเสนอมากขึ้น

รายงานผลการดำเนินการของรายวิชา (มคอ.5) สรุป

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา

09113305 การวิเคราะห์เชิงคณิตศาสตร์ 1

Mathematical Analysis 1

2. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)

09113201 หลักคณิตศาสตร์ จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)

3. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา อ.ดร.วรรณฯ ศรีปราชญ์

อาจารย์ผู้สอน กลุ่มที่สอน

อ.ดร.วรรณฯ ศรีปราชญ์ กลุ่มที่สอน 1

5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

1/2563

6. สถานที่เรียน

กลุ่มที่สอน 1 อาคารคณะวิทยาศาสตร์ 9 ชั้น/ สอนออนไลน์ผ่าน Microsoft Teams

หมวดที่2. การจัดการเรียนการสอนที่เปรียบเทียบกับแผนการสอน

1. รายงานชั่วโมงการสอนจริงเทียบกับแผนการสอน

หัวข้อ	จำนวนชั่วโมงตาม แผนการสอน	จำนวนชั่วโมงที่สอน ได้จริง	ระบุสาเหตุที่สอนจริงต่าง จากแผนการสอนหากมี ความแตกต่าง เกิน 25%
1.บทที่ 1 ระบบจำนวนจริง 1.1 จำนวนนับและอุปนัยเชิง คณิตศาสตร์ 1.2 สนามอันดับ	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
2.บทที่ 1 ระบบจำนวนจริง 1.3 สัจพจน์ความสมบูรณ์ 1.4 ทอพอโลยีบนเส้นจำนวนจริง	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-

3.บทที่ 2 ลำดับของจำนวนจริง 2.1 ลิมิตของลำดับ	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
4.บทที่ 2 ลำดับของจำนวนจริง 2.2 ลำดับทางเดียวและลำดับโคซี	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
5.บทที่ 3 ลิมิตและภาวะต่อเนื่อง 3.1 ลิมิตของฟังก์ชัน	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
6.บทที่ 3 ลิมิตและภาวะต่อเนื่อง 3.2 ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน 3.3 คุณสมบัติของฟังก์ชันต่อเนื่อง	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
7.บทที่ 3 ลิมิตและภาวะต่อเนื่อง 3.4 ภาวะต่อเนื่องแบบเอกรูป	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
8.บทที่ 4 การหาอนุพันธ์ 4.1 อนุพันธ์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
9.บทที่ 4 การหาอนุพันธ์ 4.1 อนุพันธ์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
10.บทที่ 4 การหาอนุพันธ์ 4.3 หลักเกณฑ์ของโลปีตาล	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
11.บทที่ 5 การหาปริพันธ์ 5.1 ปริพันธ์รีมันน์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
12.บทที่ 5 การหาปริพันธ์ 5.2 คุณสมบัติของปริพันธ์รีมันน์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
13.บทที่ 5 การหาปริพันธ์ 5.3 ทฤษฎีบทหลักมูลของแคลคูลัส	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
14.บทที่ 6 อนุกรมของจำนวนจริง 6.1 อนุกรมอนันต์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
15.บทที่ 6 อนุกรมของจำนวนจริง 6.2 การทดสอบการลู่เข้า	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-

2. หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน

กลุ่มที่สอน	หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุม	นัยสำคัญของหัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน	แนวทางชดเชย
1	-	-	-

3. ประสิทธิภาพของวิธีสอนที่ทำให้เกิดผลการเรียนรู้ตามที่ระบุในรายละเอียดของรายวิชา

ผลการเรียนรู้	วิธีสอนที่ระบุในรายละเอียดรายวิชา	วิธีสอนที่ระบุในรายละเอียดรายวิชา	ประสิทธิภาพ	ปัญหาของการใช้วิธีสอน (ถ้ามี) พร้อมข้อเสนอแนะในการแก้ไข
คุณธรรม จริยธรรม	สอดแทรกเรื่องของความซื่อสัตย์สุจริตในกิจกรรมการเรียนการสอน กำหนดให้มีกฎระเบียบและ ข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษา มีวินัย และตรงต่อเวลา	สอดแทรกเรื่องของความซื่อสัตย์สุจริตในกิจกรรมการเรียนการสอน กำหนดให้มีกฎระเบียบและ ข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอนเน้นให้	มี กลุ่มที่ 1	-

		นักศึกษา มีวินัย และตรงต่อเวลา		
ความรู้	การบรรยาย การบรรยาย	สอน online สอน online	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะทางปัญญา	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย มอบหมายงานให้นักศึกษา ได้ฝึกในเรื่องของการแก้ปัญหา	1. สอน online 2. การอภิปราย มอบหมายงานให้นักศึกษา ได้ฝึกในเรื่องของการแก้ปัญหา	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ	มอบหมายงานโดยให้นักศึกษาทำงานเป็นกลุ่ม	มอบหมายงาน	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ	1. การบรรยาย 2. มอบหมายงาน 1. การบรรยาย 2. มอบหมายงานและให้นำเสนอหน้าชั้นเรียน มอบหมายงานและให้นำเสนอหน้าชั้นเรียน	1. สอน online 2. มอบหมายงาน 1. สอน online 2. มอบหมายงาน - มอบหมายงาน	มี กลุ่มที่ 1	-

4. ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุงวิธีการสอน

กลุ่มที่สอน	ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุง
1	-

หมวดที่3. สรุปผลการจัดการเรียนการสอนของรายวิชา

- จำนวนนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียน
16
- จำนวนนักศึกษาที่คงอยู่เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา
15
- จำนวนนักศึกษาที่ถอน (W)
1
- การกระจายของระดับคะแนน (เกรด)

ระดับคะแนน	จำนวน	คิดเป็นร้อยละ
A	-	0.00
B+	1	6.25
B	3	18.75
C+	3	18.75
C	4	25.00
D+	2	12.50
D	2	12.50
F	-	0.00
W	1	6.25
ไม่สมบูรณ์ (I)	-	0.00
ผ่าน (P,S)	-	0.00
ไม่ผ่าน (U)	-	0.00
AU	-	0.00

5. ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ (ถ้ามี)

กลุ่มที่ สอน	ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ
1	-

6. ความคลาดเคลื่อนจากผลการประเมินที่กำหนดไว้ในรายละเอียดรายวิชา

6.1 ความคลาดเคลื่อนด้านกำหนดเวลาประเมิน

7. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา

กลุ่มที่ สอน	การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา
1	ดำเนินการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร และทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยให้นักศึกษาประเมินตนเอง

หมวดที่4. ปัญหาและผลกระทบต่อการดำเนินการ

1. ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก

กลุ่มที่ สอน	ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่ง อำนวยความสะดวก	ผลกระทบ
1	-	-

2. ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร

กลุ่มที่ สอน	ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร	ผลกระทบต่อผลการ เรียนรู้ของนักศึกษา
1	-	-

หมวดที่5. การประเมินรายวิชา

1. ผลการประเมินรายวิชาโดยนักศึกษา

- 1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

อ.ดร.วรรณฯ ศรีปราชญ์

ประเภท	Mean	SD
ประเมินตนเองของนักศึกษา	4.440	0.717
ประเมินอาจารย์ผู้สอน	4.679	0.675

- 1.1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

- 1.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1

กลุ่มที่สอน	ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1
1	-

2. ผลการประเมินรายวิชาโดยวิธีอื่น

- 2.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น

กลุ่มที่สอน	ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น
1	-

- 2.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 2.1

กลุ่มที่สอน	รายละเอียด
1	-

หมวดที่6. แผนการปรับปรุง

1. ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา

กลุ่มที่สอน	ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา
1	มีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ และมีการส่งเสริมให้นักศึกษาใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอน การสืบค้นข้อมูล และส่งเสริมทักษะการนำเสนอให้กับนักศึกษา

2. การดำเนินการอื่นๆ ในการปรับปรุงรายวิชา

กลุ่มที่สอน	การดำเนินการอื่นๆ ในการปรับปรุงรายวิชา
1	มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบ Active Learning มีการนำบทความวิจัยในปัจจุบันมาใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักศึกษาได้เห็นหัวข้อที่น่าสนใจของรายวิชาในปัจจุบัน Learning มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ มีการบูรณาการร่วมกับรายวิชาหัวข้อเรื่องพิเศษทางคณิตศาสตร์ประยุกต์ (การเขียนโปรแกรมภาษา Python) โดยให้นักศึกษาได้ทดลองเขียนโปรแกรมเพื่อทดสอบการรู้เข้าใจของลำดับ

3. ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป

กลุ่มที่สอน	ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป
1	ควรส่งเสริมเกี่ยวกับ การจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning การนำสื่อเทคโนโลยีมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน การนำงานวิจัยมาบูรณาการหรือมาประกอบการสอน การใช้ตำราภาษาอังกฤษในบางหัวข้อ การส่งเสริมให้นักศึกษานำเทคโนโลยี หรือความรู้ด้านโปรแกรมทางด้านคณิตศาสตร์มาประกอบการจัดการเรียนการสอน อย่างต่อเนื่อง

4. ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร

กลุ่มที่สอน	ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร
1	เห็นชอบตามเสนอ

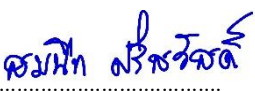
ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา :

ลงชื่อ

(อ.ดร.วรรณฯ ศรีปราษฎ์)

วันที่รายงาน 3 ธันวาคม 2563

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร :

ลงชื่อ 

วันที่รายงาน 3 ธันวาคม 2563

Viscosity approximation method for the sum of two different types of finitely many accretive operators in Banach spaces

Wanna Sriprad¹, Somnuk Srisawat² and Oam Sthityanak³

Division of Mathematics,
Faculty of Science and Technology,
Rajamangala University of Technology Thanyaburi,
Pathum Thani 12110, Thailand

wanna_sriprad@rmutt.ac.th¹, somnuk_srisawat@rmutt.ac.th², and oam_sthityanak@rmutt.ac.th³

Abstract—In this paper, we present a new viscosity iterative algorithm to solve the problem of finding zeros of the sum of finite families of m -accretive operators and finite families of α -inverse strongly accretive operators in a real q -uniformly smooth and strictly convex Banach spaces. Strong convergence theorems are established, which extend the corresponding works given by many others.

Keywords—accretive operators, α -inverse strongly accretive operators, zero point, q -uniformly smooth Banach space.

I. INTRODUCTION

Let E be a real Banach space. Let $A: E \rightarrow E$ be a single-valued nonlinear mapping and $B: E \rightarrow 2^E$ be a set-valued mapping. We consider the following problem: find $u \in E$ such that

$$0 \in Au + Bu \quad (1.1)$$

Many practical problems can be reduced to the problem (1.1) and it is well-known that this problem provides a convenient framework for the unified study of optimal solutions in many optimization related areas including variational inequalities, complementarity, mathematical programming, mathematical economics, optimal control, equilibria, game theory, etc.

The classical method for solving problem (1.1) is the forward-backward splitting algorithm, which were proposed by Lions and Mercier [1], by Passty [2], and, in a dual form for convex programming, by Han and Lou [3]. The classical forward-backward splitting algorithm is given in the following way: $x_1 \in E$ and

$$x_{n+1} = (I + r_n B)^{-1}(I - r_n A)x_n, \quad n \geq 1. \quad (1.2)$$

We see that for each step of iterate involves only with A as the forward step and B as the backward step, but not the sum of B and based on iterative algorithm (1.2) much work has been done for finding $x \in H$ such that $x \in (A + B)^{-1}0$, where A and B are α -inversely strongly monotone mapping and

maximal monotone operator defined in the Hilbert space H , respectively. However, most of the existing work are under taken in the frame of Hilbert spaces; see [1-6], etc

Recently, Qin et al., [7] introduced the following iterative algorithm in q -uniformly smooth Banach spaces E :

$$x_0 \in C \text{ and } x_{n+1} = \alpha_n f(x_n) + \beta_n (I + r_n B)^{-1}[(I - r_n A)x_n + e_n] + \gamma_n f_n, \quad (1.3)$$

for all $n \geq 0$, where C is closed convex subset of E , $\{e_n\}$ is the error sequence, f is contraction, A and B are α -inverse-strongly accretive operator and m -accretive operator, respectively. Then they proved that the sequence $\{x_n\}$ generated by (1.3) converges strongly to a zero point of the sum of A and B under some appropriate conditions.

Motivated and inspired by Qin et al. [7] and the research going on in this direction, in this paper, we introduce a new viscosity iterative algorithm (3.1) to solve the problem of finding zeros of the sum of finite families of m -accretive operators and finite families of α -inverse strongly accretive operators in a real q -uniformly smooth and strictly convex Banach spaces. Under suitable conditions, some strong convergence theorems are proved. Our results extend and improve some corresponding results in the literature.

II. PRELIMINARIES

Let E be a real Banach space with norm $\|\cdot\|$ and let E^* denote the dual space of E . Let $\langle \cdot, \cdot \rangle$ denote the pairing between E and E^* . A Banach space E is said to be strictly convex if $\frac{\|x+y\|}{2} \leq 1$ for all $x, y \in E$ with $\|x\| = \|y\| = 1$ and $x \neq y$. It is also called uniformly convex if $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_n - y_n\| = 0$

for any two sequences $\{x_n\}, \{y_n\}$ in E such that

$$\|x_n\| = \|y_n\| = 1 \quad \text{and} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left\| \frac{x_n + y_n}{2} \right\| = 1. \quad \text{Let}$$

$S(E) = \{x \in E : \|x\| = 1\}$. A Banach space E is said to be Gateaux differentiable if the limit

$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\|x + ty\| - \|x\|}{t}$ exists for all $x, y \in S(E)$. In this case E is smooth. Let $\rho_E : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ be the modulus of smoothness of E defined by

$$\rho_E(t) = \sup \left\{ \frac{1}{2} (\|x + y\| + \|x - y\|) - 1 : x \in S(E), \|y\| \leq t \right\}$$

A Banach space E is said to be uniformly smooth if $\frac{\rho_E(t)}{t} \rightarrow 0$ as $t \rightarrow 0$. Let $q > 1$ then E is said to be q -

uniformly smooth if there exists $c > 0$ such that $\rho_E(t) \leq ct^q$. It is easy to see that if E is q -uniformly smooth, then $q \leq 2$ and E is uniformly smooth. Recall that the generalized duality mapping $J_q : E \rightarrow 2^{E^*}$ is denoted by

$$J_q(x) = \{x^* \in E^* : \langle x, x^* \rangle = \|x\|^q, \|x^*\| = \|x\|^{q-1}\}, \quad \forall x \in E.$$

In particular, $J_q = J_2$ is called the normalized duality mapping and $J_q(x) = \|x\|^{q-2} J_2(x)$ for $x \neq 0$. If $E = H$ is a real Hilbert space, then $J = I$ where I is the identity mapping. It is well known that if E is smooth, then J_q is single-valued, which is denoted by j_q .

Let C be a nonempty closed convex subset of E . Then C is called a retract of E if there is a continuous mapping Q from E onto C such that $Qx = x$, for all $x \in C$. We call such Q a retraction of E onto C . It follows that if Q is a retraction, then $Qy = y$, for all y in the range of Q . A retraction Q is said to be sunny if $Q(Qx + t(x - Qx)) = Qx$, for all $x \in E$ and $t \geq 0$. If a sunny retraction Q is also nonexpansive, then C is said to be sunny nonexpansive retract of E . Let T be a mapping of C into itself. We denote by $F(T)$ the set of fixed points of T , i.e. $F(T) := \{x \in C : Tx = x\}$. A mapping $T : C \rightarrow C$ of C is said to be nonexpansive if

$$\|Tx - Ty\| \leq \|x - y\|, \quad \text{for all } x, y \in C.$$

A mapping $f : C \rightarrow C$ is said to be a contraction if there exists a constant $\beta \in (0, 1)$ such that

$$\|f(x) - f(y)\| \leq \beta \|x - y\| \quad \text{for all } x, y \in C.$$

Let $A : E \rightarrow 2^E$ be a set-valued mapping. We denote $D(A)$ by domain of A , that is $D(A) = \{x \in E : Ax \neq \emptyset\}$ and also denote $R(A)$ by the range of A , that is $R(A) = \cup \{Ax : x \in D(A)\}$. A set-valued mapping $A : D(A) \rightarrow 2^E$ is said to be accretive if

for each $x, y \in D(A)$ there exists $j_q(x - y) \in J_q(x - y)$ such that

$$\langle u - v, j_q(x - y) \rangle \geq 0 \quad \text{for all } u \in Ax \text{ and } v \in Ay$$

An operator A is called m -accretive if it is accretive and $R(I + rA) = E$ for all $r > 0$. Let $\alpha > 0$, an accretive operator A is called α -inverse-strongly accretive if for each $x, y \in D(A)$ there exists $j_q(x - y) \in J_q(x - y)$ such that

$$\langle u - v, j_q(x - y) \rangle \geq \alpha \|u - v\|^q$$

for all $u \in Ax$ and $v \in Ay$. We denote by J_r^A (for $r > 0$) the resolvent of accretive operator A , that is, $J_r^A = (I + rA)^{-1}$, and also denote $A^{-1}0$ by the set of zeros of A , that is $A^{-1}0 = \{x \in D(A) : Ax = 0\}$. It is well-known that J_r^A is nonexpansive and $F(J_r^A) = A^{-1}0$.

In order to prove our main results, we need the following lemmas.

Lemma 2.1 [8] Let E be a real q -uniformly smooth Banach space, then there exists a constant $C_q > 0$ such that

$$\|x + y\|^q \leq \|x\|^q + q \langle y, j_q x \rangle + C_q \|y\|^q, \quad \text{for all } x, y \in E.$$

Lemma 2.2 [9] Let $q > 1$, then the following inequality holds:

$$ab \leq \frac{1}{q} a^q + \frac{q-1}{q} b^{\frac{q}{q-1}}$$

for any positive real numbers a, b .

Lemma 2.3 [10] Let E be a Banach space and let A be an m -accretive operator. For $\lambda > 0$, $\mu > 0$ and $x \in E$, we have

$$J_\lambda x = J_\mu \left(\frac{\mu}{\lambda} x + \left(1 - \frac{\mu}{\lambda} \right) J_\lambda x \right),$$

where $J_\lambda = (I + \lambda A)^{-1}$ and $J_\mu = (I + \mu A)^{-1}$.

Lemma 2.4 [11] Let E be a real Banach space and let C be a nonempty closed and convex subset of E . Let $A : C \rightarrow E$ be a single-valued operator, and let $B : E \rightarrow 2^E$ be an m -accretive operator. Then

$$F(J_r(I - rA)) = (A + B)^{-1}0,$$

where $J_r(I - rA)$ is the resolvent of B for $r > 0$.

Lemma 2.5 [12] Let $\{x_n\}$ and $\{y_n\}$ be bounded sequences in a Banach space E , and $\{\beta_n\}$ be a sequence in $(0, 1)$ with $0 < \liminf_{n \rightarrow \infty} \beta_n \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \beta_n < 1$. Suppose that

$$x_{n+1} = (1 - \beta_n)y_n + \beta_n x_n, \quad \text{for all } n \geq 1 \text{ and}$$

$\limsup_{n \rightarrow \infty} (\|y_{n+1} - y_n\| - \|x_{n+1} - x_n\|) \leq 0$. Then $\lim_{n \rightarrow \infty} \|y_n - x_n\| = 0$.

Lemma 2.6 [13] Assume that $\{a_n\}$ is a sequence of nonnegative numbers such that

$$a_{n+1} \leq (1-t_n)a_n + b_n, \text{ for all } n \geq 0,$$

where t_n is a sequence in $(0,1)$ such that $\sum_{n=0}^{\infty} t_n = \infty$ and

$\{b_n\}$ is a sequence in $\mathbb{R}$ such that $\limsup_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{b_n}{t_n} \right) \leq 0$ or

$$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| < \infty. \text{ Then } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

Lemma 2.7 [14] Let C be a nonempty closed convex subset of a real uniformly smooth Banach space E . Let $f : C \rightarrow C$ be a contractive mapping, and let $T : C \rightarrow C$ be a nonexpansive mapping. For each $t \in (0,1)$, let x_t be the unique solution of the equation $x = tf(x) + (1-t)Tx$. Then $\{x_t\}$ converges strongly to a fixed point $\bar{x} = Q_{F(T)}f(\bar{x})$.

Lemma 2.8 Let E be a real strictly convex and q -uniformly smooth Banach space with constant C_q . Let C be a nonempty closed and convex subset of E . For $i=1,2,3,\dots,N$, let $A_i : E \rightarrow 2^E$ be m -accretive operator such that $\overline{D(A_i)} \subseteq C$ and let $B_i : C \rightarrow E$ be α -inverse strongly accretive operator such that $\bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1} 0 \neq \emptyset$. Let $a_0, a_1, \dots, a_N$ be real numbers in $(0,1)$ such that $\sum_{i=0}^N a_i = 1$ and

$$W_n = a_0 I + \sum_{i=1}^N a_i J_{r_{n,i}}^{A_i} (I - r_{n,i} B_i), \text{ where } J_{r_{n,i}}^{A_i} = (I + r_{n,i} A_i)^{-1} \text{ and}$$

$$0 < r_{n,i} \leq \left(\frac{q\alpha}{C_q} \right)^{\frac{1}{q-1}} \text{ for all } i=1,2,3,\dots,N \text{ and } n \geq 1. \text{ Then}$$

$W_n : C \rightarrow C$ is nonexpansive and $F(W_n) = \bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1} 0$, for all $n \geq 1$.

Proof. First, we will show that W_n is nonexpansive for all $n \geq 1$. Let $x, y \in C$. Then for $i=1,2,3,\dots,N$, it follows from Lemma 2.1 that

$$\begin{aligned} & \|(I - r_{n,i} B_i)x - (I - r_{n,i} B_i)y\|^q \\ & \leq \|x - y\|^q + q r_{n,i} \langle B_i x - B_i y, j_q(x - y) \rangle \\ & \quad + C_q r_{n,i}^q \|B_i x - B_i y\|^q \\ & \leq \|x - y\|^q - q r_{n,i} \alpha \|B_i x - B_i y\|^q + C_q r_{n,i}^q \|B_i x - B_i y\|^q \\ & = \|x - y\|^q - (\alpha q - C_q r_{n,i}^{q-1}) r_{n,i} \|B_i x - B_i y\|^q \\ & \leq \|x - y\|^q. \end{aligned}$$

Thus $(I - r_{n,i} B_i)$ is nonexpansive for all $i=1,2,3,\dots,N$.

Since $J_{r_{n,i}}^{A_i}$ and $(I - r_{n,i} B_i)$ are nonexpansive for all

$i=1,2,3,\dots,N$, we get that

$$\begin{aligned} & \|W_n x - W_n y\| \\ & \leq a_0 \|x - y\| + \sum_{i=1}^N a_i \|J_{r_{n,i}}^{A_i} (I - r_{n,i} B_i)x - J_{r_{n,i}}^{A_i} (I - r_{n,i} B_i)y\| \\ & \leq a_0 \|x - y\| + \sum_{i=1}^N a_i \|(I - r_{n,i} B_i)x - (I - r_{n,i} B_i)y\| \\ & \leq a_0 \|x - y\| + \sum_{i=1}^N a_i \|x - y\| \\ & \leq \|x - y\|. \end{aligned}$$

Thus W_n is nonexpansive for all $n \geq 1$. Next, we will show that $F(W_n) = \bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1} 0$, for all $n \geq 1$. It is obvious that $\bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1} 0 \subseteq F(W_n)$. So, we are left to show that $F(W_n) \subseteq \bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1} 0$. Let $u \in F(W_n)$. Then $W_n u = u$ and for all $v \in \bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1} 0 \subseteq F(W_n)$, we have

$$\begin{aligned} \|u - v\| & \leq a_0 \|u - v\| + a_1 \|J_{r_{n,1}}^{A_1} (I - r_{n,1} B_1)u - v\| + \dots \\ & \quad + a_N \|J_{r_{n,N}}^{A_N} (I - r_{n,N} B_N)u - v\| \\ & \leq (a_0 + a_1 + \dots + a_{N-1}) \|u - v\| \\ & \quad + a_N \|J_{r_{n,N}}^{A_N} (I - r_{n,N} B_N)u - v\| \\ & \leq (1 - a_N) \|u - v\| + a_N \|J_{r_{n,N}}^{A_N} (I - r_{n,N} B_N)u - v\| \\ & \leq \|u - v\|. \end{aligned}$$

Therefore

$$\|u - v\| = (1 - a_N) \|u - v\| + a_N \|J_{r_{n,N}}^{A_N} (I - r_{n,N} B_N)u - v\|,$$

which implies that

$$\begin{aligned} \|u - v\| & = \|J_{r_{n,N}}^{A_N} (I - r_{n,N} B_N)u - v\|. \text{ Similarly,} \\ \|u - v\| & = \|J_{r_{n,1}}^{A_1} (I - r_{n,1} B_1)u - v\| = L = \|J_{r_{n,N-1}}^{A_{N-1}} (I - r_{n,N-1} B_{N-1})u - v\|. \end{aligned}$$

Then

$$\begin{aligned} \|u - v\| & = \left\| \frac{a_1}{\sum_{i=1}^N a_i} \left(J_{r_{n,1}}^{A_1} (I - r_{n,1} B_1)u - v \right) \right. \\ & \quad + \frac{a_2}{\sum_{i=1}^N a_i} \left(J_{r_{n,2}}^{A_2} (I - r_{n,2} B_2)u - v \right) + \dots \\ & \quad \left. + \frac{a_N}{\sum_{i=1}^N a_i} \left(J_{r_{n,N}}^{A_N} (I - r_{n,N} B_N)u - v \right) \right\|. \end{aligned}$$

By the strictly convex city of E , we have that

$$\begin{aligned} u - v & = J_{r_{n,1}}^{A_1} (I - r_{n,1} B_1)u - v = J_{r_{n,2}}^{A_2} (I - r_{n,2} B_2)u - v \\ & = L = J_{r_{n,N}}^{A_N} (I - r_{n,N} B_N)u - v. \end{aligned}$$

Then $J_{r_{n,i}}^{A_i} (I - r_{n,i} B_i)u = u$ for all $i=1,2,3,\dots,N$.

Thus $u \in \bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1}0$, and so $F(W_n) \subseteq \bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1}0$. Which complete the proof. $\square$.

III. MAIN RESULTS

Theorem 3.1 Let E be a real strictly convex and q -uniformly smooth Banach space with constant C_q . Let C be a nonempty closed and convex subset of E . Let $f : C \rightarrow C$ be a contractive mapping with the constant $\beta \in (0,1)$. Let $A_i : C \rightarrow 2^E$ be m -accretive operator and let $B_i : C \rightarrow E$ be α -inverse strongly accretive operator, for $i = 1, 2, 3, \dots, N$. Assume that $\Omega = \bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1}0$ is nonempty. Let $\{x_n\}$ be a sequence generated by the following algorithm:

$$\begin{cases} x_1 \in E; \\ y_n = \alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)x_n; \\ x_{n+1} = \beta_n x_n + (1 - \beta_n) \left[a_0 y_n + \sum_{i=1}^N a_i J_{r_{n,i}}^{A_i} (I + r_{n,i} B_i) y_n \right], \end{cases} \quad (3.1)$$

for all $n \geq 1$, where $J_{r_{n,i}}^{A_i} = (I + r_{n,i} A_i)^{-1}$ for $i = 1, 2, 3, \dots, N$, and $0 < a_m < 1$, for $m = 0, 1, 2, 3, \dots, N$, $\{\alpha_n\}, \{\beta_n\}$ are real number sequences in $(0,1)$ and $\{r_{n,i}\} \subset (0, \infty)$. Suppose that the above control sequences satisfy the following conditions:

- (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty$;
- (ii) $0 < \liminf_{n \rightarrow \infty} \beta_n \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \beta_n < 1$;

$$(iii) \quad 0 < b \leq r_{n,i} \leq c < \left(\frac{q\alpha}{C_q} \right)^{\frac{1}{q-1}} \text{ and } \sum_{n=1}^{\infty} |r_{n+1,i} - r_{n,i}| < \infty$$

for $n \geq 1$ and $i = 1, 2, 3, \dots, N$; where b and c are real numbers.

Then $\{x_n\}$ converges strongly to a point $\bar{x} \in \Omega$, where $\bar{x} = Q_{\Omega} f(\bar{x})$ and Q_{Ω} is the unique sunny nonexpansive retraction of C onto Ω .

Proof We divide the proof into several step. First, we will show that $\{x_n\}$ is bounded. Let $p \in \Omega$.

Put $W_n = a_0 I + \sum_{i=1}^N a_i J_{r_{n,i}}^{A_i} (I - r_{n,i} B_i)$ and $u_{n,i} = (I - r_{n,i} B_i) y_n$ for

all $i = 1, 2, 3, \dots, N$ and $n \geq 1$. Then we get that

$$\begin{aligned} \|y_n - p\| &= \|\alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)x_n - p\| \\ &\leq \alpha_n \|f(x_n) - p\| + (1 - \alpha_n) \|x_n - p\| \\ &\leq (1 - \alpha_n(1 - \beta)) \|x_n - p\| + \alpha_n \|f(p) - p\|. \end{aligned} \quad (3.2)$$

By Lemma 2.8, we have W_n is nonexpansive and for all $n \geq 1$. Then it follows from (3.1) and (3.2) that

$$\|x_{n+1} - p\| = \|\beta_n x_n + (1 - \beta_n) W_n y_n - p\|$$

$$\begin{aligned} &\leq \beta_n \|x_n - p\| + (1 - \beta_n) \|W_n y_n - p\| \\ &\leq \beta_n \|x_n - p\| + (1 - \beta_n) \|y_n - p\| \\ &\leq \beta_n \|x_n - p\| + (1 - \beta_n)(1 - \alpha_n(1 - \beta)) \|x_n - p\| \\ &\quad + (1 - \beta_n) \alpha_n \|f(p) - p\| \\ &\leq (1 - \alpha_n(1 - \beta)(1 - \beta_n)) \|x_n - p\| \\ &\quad + \alpha_n(1 - \beta_n) \|f(p) - p\| \\ &\leq \max \left\{ \|x_n - p\|, \frac{\|f(p) - p\|}{1 - \beta} \right\} \end{aligned} \quad (3.3)$$

By using the inductive method, we can easily get the following result from (3.3) that

$$\|x_{n+1} - p\| \leq \max \left\{ \|x_1 - p\|, \frac{\|f(p) - p\|}{1 - \beta} \right\}.$$

Thus the sequence $\{x_n\}$ is bounded, and so are $\{f(x_n)\}$ and $\{y_n\}$. Since $I - r_{n,i} B_i$ and $J_{r_{n,i}}^{A_i}$ are nonexpansive for all $i = 1, 2, 3, \dots, N$ and for all $n \geq 1$, we get that $\{u_{n,i}\}$ and $\{J_{r_{n,i}}^{A_i} u_{n,i}\}$ are bounded for all $i = 1, 2, 3, \dots, N$ and so $\{W_n y_n\}$ is also bounded. Put

$$M_1 = \sup \left\{ \|x_n\|, \|B_i y_n\|, \|u_{n,i}\|, \|J_{r_{n,i}}^{A_i} u_{n,i}\|, \|W_n y_n\| : n \geq 1, i = 1, 2, \dots, N \right\}.$$

Next, we will show that $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_{n+1} - x_n\| = 0$.

Note that,

$$\|y_{n+1} - y_n\| \leq (1 - \alpha_{n+1}(1 - \beta)) \|x_{n+1} - x_n\| + |\alpha_{n+1} - \alpha_n| \|f(x_n) - x_n\|$$

and $n \geq 1$, then we have

$$\begin{aligned} \|u_{n+1,i} - u_{n,i}\| &\leq \|(I - r_{n+1,i} B_i)(y_{n+1} - y_n)\| + |r_{n+1,i} - r_{n,i}| \|B_i y_n\| \\ &\leq \|y_{n+1} - y_n\| + |r_{n+1,i} - r_{n,i}| \|B_i y_n\| \\ &\leq (1 - \alpha_{n+1}(1 - \beta)) \|x_{n+1} - x_n\| + |\alpha_{n+1} - \alpha_n| \|f(x_n) - x_n\| \\ &\quad + |r_{n+1,i} - r_{n,i}| \|B_i y_n\| \end{aligned} \quad (3.4)$$

Next, we consider $\|J_{r_{n+1,i}}^{A_i} (I - r_{n+1,i} B_i) y_{n+1} - J_{r_{n,i}}^{A_i} (I - r_{n,i} B_i) y_n\|$.

If $r_{n,i} \leq r_{n+1,i}$, then it follows from Lemma 2.3 that

$$\begin{aligned} &\|J_{r_{n+1,i}}^{A_i} u_{n+1,i} - J_{r_{n,i}}^{A_i} u_{n,i}\| \\ &= \left\| J_{r_{n,i}}^{A_i} \left(\frac{r_{n,i}}{r_{n+1,i}} u_{n+1,i} + \left(1 - \frac{r_{n,i}}{r_{n+1,i}} \right) J_{r_{n+1,i}}^{A_i} u_{n+1,i} \right) - J_{r_{n,i}}^{A_i} u_{n,i} \right\| \\ &\leq \left\| \frac{r_{n,i}}{r_{n+1,i}} u_{n+1,i} + \left(1 - \frac{r_{n,i}}{r_{n+1,i}} \right) J_{r_{n+1,i}}^{A_i} u_{n+1,i} - u_{n,i} \right\| \\ &\leq \frac{r_{n,i}}{r_{n+1,i}} \|u_{n+1,i} - u_{n,i}\| + \left(1 - \frac{r_{n,i}}{r_{n+1,i}} \right) \|J_{r_{n+1,i}}^{A_i} u_{n+1,i} - u_{n,i}\| \\ &\leq \|u_{n+1,i} - u_{n,i}\| + \frac{r_{n+1,i} - r_{n,i}}{b} 2M_1. \end{aligned} \quad (3.5)$$

If $r_{n+1,i} \leq r_{n,i}$, then imitating the proof of (3.5), we have

$$\begin{aligned} & \|J_{r_{n+1,i}}^{A_i} u_{n+1,i} - J_{r_{n,i}}^{A_i} u_{n,i}\| \\ & \leq \|u_{n+1,i} - u_{n,i}\| + \frac{r_{n,i} - r_{n+1,i}}{b} 2M_1. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Combining (3.5) and (3.6), we have, for $n \geq 1$,

$$\begin{aligned} & \|J_{r_{n+1,i}}^{A_i} u_{n+1,i} - J_{r_{n,i}}^{A_i} u_{n,i}\| \\ & \leq \|u_{n+1,i} - u_{n,i}\| + \frac{2|r_{n,i} - r_{n+1,i}|}{b} M_1 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Set $M_2 = \left(\frac{2}{b} + M_1\right)$ and using (3.7), we obtain

$$\begin{aligned} & \|W_{n+1}y_{n+1} - W_n y_n\| \\ & \leq a_0 \|y_{n+1} - y_n\| \\ & \quad + \sum_{i=1}^N \|J_{r_{n+1,i}}^{A_i} (I - r_{n+1,i} B_i) y_{n+1} - J_{r_{n,i}}^{A_i} (I - r_{n,i} B_i) y_n\| \\ & \leq \|y_{n+1} - y_n\| + M_2 \sum_{i=1}^N |r_{n,i} - r_{n+1,i}|. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Now, using (3.4) and (3.8), we get that

$$\begin{aligned} & \|W_{n+1}y_{n+1} - W_n y_n\| \\ & \leq (1 - \alpha_{n+1}(1 - \beta)) \|x_{n+1} - x_n\| \\ & \quad + |\alpha_{n+1} - \alpha_n| \|f(x_n) - x_n\| + M_2 \sum_{i=1}^N |r_{n,i} - r_{n+1,i}| \\ & \leq \|x_{n+1} - x_n\| + 2|\alpha_{n+1} - \alpha_n| M_1 \\ & \quad + M_2 \sum_{i=1}^N |r_{n,i} - r_{n+1,i}| \end{aligned} \quad (3.9)$$

From the assumption on $\{\alpha_n\}$ and $\{\beta_n\}$, in view of (3.9) we obtain that

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} (\|W_{n+1}y_{n+1} - W_n y_n\| - \|x_{n+1} - x_n\|) \leq 0.$$

It follows from Lemma 2.5, that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|W_n y_n - x_n\| = 0. \quad (3.10)$$

Which implies that

$$\|x_{n+1} - x_n\| = (1 - \beta_n) \|W_n y_n - x_n\| \rightarrow 0 \text{ as } n \rightarrow \infty.$$

Next, we will show that $\lim_{n \rightarrow \infty} \|W_n y_n - y_n\| = 0$.

We note that

$$\begin{aligned} \|W_n x_n - x_n\| & \leq \|W_n x_n - W_n y_n\| + \|W_n y_n - x_n\| \\ & \leq \|x_n - y_n\| + \|W_n y_n - x_n\| \end{aligned} \quad (3.11)$$

Since $\|y_n - x_n\| = \alpha_n \|f(x_n) - x_n\| \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$, it follows from (3.10) and (3.11) that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|W_n x_n - x_n\| = 0. \quad (3.12)$$

Since $\|W_n y_n - y_n\| \leq \|W_n y_n - x_n\| + \|x_n - y_n\|$, for all $n \geq 0$, we obtain that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|W_n y_n - y_n\| = 0. \quad (3.13)$$

Since f is contractive and W_n is nonexpansive for all $n \in \mathbb{N}$, we get that the mapping $tf + (1-t)W_n$ is contractive for all $t \in (0,1)$. Let x_t be a unique fixed point of mapping $tf + (1-t)W_n$ for all $t \in (0,1)$. Then by Lemma 2.7, we have $x_t \rightarrow x^*$, where $x^* \in F(W_n) = \bigcap_{i=1}^N (A_i + B_i)^{-1} 0 = \Omega$.

(i.e. $x^* = Q_\Omega f(x^*)$). Next, we will show that

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \leq 0.$$

Since

$$\begin{aligned} \|x_t - y_n\|^q & \leq t \langle f(x_t) - y_n, J_q(x_t - y_n) \rangle \\ & \quad + (1-t) \langle W_n x_t - y_n, J_q(x_t - y_n) \rangle \\ & \leq t \langle f(x_t) - x_t, J_q(x_t - y_n) \rangle + t \langle x_t - y_n, J_q(x_t - y_n) \rangle \\ & \quad + (1-t) \langle W_n x_t - W_n y_n, J_q(x_t - y_n) \rangle \\ & \quad + (1-t) \langle W_n y_n - y_n, J_q(x_t - y_n) \rangle \\ & \leq t \langle f(x_t) - x_t, J_q(x_t - y_n) \rangle + \|x_t - y_n\|^q \\ & \quad + \|W_n y_n - y_n\| \|x_t - y_n\|^{q-1}, \end{aligned}$$

we get that

$$\langle f(x_t) - x_t, J_q(y_n - x_t) \rangle \leq \frac{1}{t} \|W_n y_n - y_n\| \|x_t - y_n\|^{q-1}.$$

Fix t and let $n \rightarrow \infty$. Then, it follows from (3.13) that

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \langle f(x_t) - x_t, J_q(y_n - x_t) \rangle \leq 0. \quad (3.14)$$

Since the duality map J_q is single-valued and strong-weak* uniformly continuous, on bounded set of a Banach space E with uniformly Gâteaux differentiable norm, we get that

$$\begin{aligned} & \left| \langle f(x_t) - x_t, J_q(y_n - x_t) \rangle - \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \right| \\ & = \left| \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) - J_q(y_n - x_t) \rangle \right. \\ & \quad \left. + \langle f(x^*) - x^* - (f(x_t) - x_t), J_q(y_n - x_t) \rangle \right| \\ & \leq \left| \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) - J_q(y_n - x_t) \rangle \right| \\ & \quad + \|f(x^*) - x^* - (f(x_t) - x_t)\| \|y_n - x_t\|^{q-1}. \end{aligned}$$

Hence, for any $\varepsilon > 0$, there exists $\delta > 0$ such that for all $t \in (0, \delta)$, the following holds.

$$\langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \leq \langle f(x_t) - x_t, J_q(y_n - x_t) \rangle + \varepsilon.$$

Using (3.14), we obtain that

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \leq 0. \quad (3.15)$$

Finally, we prove that $x_n \rightarrow x^*$ as $n \rightarrow \infty$.

Using Lemma 2.2, we obtain that

$$\begin{aligned} \|y_n - x^*\|^q & \leq \alpha_n \langle f(x_n) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \\ & \quad + (1 - \alpha_n) \langle x_n - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \\ & \leq \alpha_n \langle f(x_n) - f(x^*), J_q(y_n - x^*) \rangle \\ & \quad + \alpha_n \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (1 - \alpha_n) \langle x_n - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \\
& \leq \alpha_n \beta \|x_n - x^*\| \|y_n - x^*\|^{q-1} + \alpha_n \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \\
& \quad + (1 - \alpha_n) \|x_n - x^*\| \|y_n - x^*\|^{q-1} \\
& = (1 - \alpha_n(1 - \beta)) \|x_n - x^*\| \|y_n - x^*\|^{q-1} \\
& \quad + \alpha_n \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle \\
& = (1 - \alpha_n(1 - \beta)) \left(\frac{1}{q} \|x_n - x^*\|^q + \frac{q-1}{q} \|y_n - x^*\|^q \right) \\
& \quad + \alpha_n \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle,
\end{aligned}$$

which implies

$$\begin{aligned}
\|y_n - x^*\|^q & \leq (1 - \alpha_n(1 - \beta)) \|x_n - x^*\|^q \\
& \quad + \alpha_n q \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle.
\end{aligned}$$

It follows that

$$\begin{aligned}
\|x_{n+1} - x^*\|^q & \leq \beta_n \langle x_n - x^*, J_q(x_{n+1} - x^*) \rangle \\
& \quad + (1 - \beta_n) \langle W_n y_n - x^*, J_q(x_{n+1} - x^*) \rangle \\
& \leq \beta_n \|x_n - x^*\| \|x_{n+1} - x^*\|^{q-1} \\
& \quad + (1 - \beta_n) \|W_n y_n - x^*\| \|x_{n+1} - x^*\|^{q-1} \\
& \leq \beta_n \|x_n - x^*\| \|x_{n+1} - x^*\|^{q-1} \\
& \quad + (1 - \beta_n) \|y_n - x^*\| \|x_{n+1} - x^*\|^{q-1} \\
& \leq \beta_n \left(\frac{1}{q} \|x_n - x^*\|^q + \frac{q-1}{q} \|x_{n+1} - x^*\|^q \right) \\
& \quad + (1 - \beta_n) \left(\frac{1}{q} \|y_n - x^*\|^q + \frac{q-1}{q} \|x_{n+1} - x^*\|^q \right) \\
& \leq (1 - \alpha_n(1 - \beta_n)(1 - \beta)) \|x_n - x^*\|^q \\
& \quad + (1 - \beta_n) \alpha_n q \langle f(x^*) - x^*, J_q(y_n - x^*) \rangle.
\end{aligned}$$

By using assumption, (3.16) and Lemma 2.6, we get that $x_n \rightarrow x^*$ as $n \rightarrow \infty$. This complete the proof. $\square$

If $N = 1$, then we get the following corollary.

Corollary 3.2 Let E be a real strictly convex and q -uniformly smooth Banach space with constant C_q . Let C be a nonempty closed and convex subset of E . Let $f : C \rightarrow C$ be a contractive mapping with the constant $\beta \in (0, 1)$. Let $A : C \rightarrow 2^E$ be m -accretive operator and let $B : C \rightarrow E$ be α -inverse strongly accretive operator. Assume that $\Omega = (A + B)^{-1}0$ is nonempty. Let $\{x_n\}$ be a sequence generated by the following algorithm:

$$\begin{cases} x_1 \in E; \\ y_n = \alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)x_n; \\ x_{n+1} = \beta_n x_n + (1 - \beta_n)[a_0 y_n + (1 - a_0)J_{r_n}^A(I - r_n B)y_n], \end{cases} \quad n \geq 1,$$

where $J_{r_n}^A = (I + r_n A)^{-1}$, $a_0 \in (0, 1)$, $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$ are real number sequences in $(0, 1)$ and $\{r_{n,i}\} \subset (0, \infty)$. Suppose that the above control sequences satisfy the following conditions:

- (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$, $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty$;
- (ii) $0 < \liminf_{n \rightarrow \infty} \beta_n \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \beta_n < 1$;

$$\text{(iii) } 0 < b \leq r_n \leq c < \left(\frac{q\alpha}{C_q} \right)^{\frac{1}{q-1}} \text{ and } \sum_{n=1}^{\infty} |r_{n+1} - r_n| < \infty$$

for $n \geq 1$, where b and c are real numbers.

Then $\{x_n\}$ converges strongly to a point $\bar{x} \in \Omega$, where $\bar{x} = Q_{\Omega} f(\bar{x})$ and Q_{Ω} is the unique sunny nonexpansive retraction of C onto Ω .

If $A_i \equiv 0$ for all $i = 1, 2, 3, \dots, N$, then we get the following corollary

Corollary 3.3 Let E be a real strictly convex and q -uniformly smooth Banach space with constant C_q . Let C be a nonempty closed and convex subset of E . Let $f : C \rightarrow C$ be a contractive mapping with the constant $\beta \in (0, 1)$. Let $B_i : C \rightarrow E$ be α -inverse strongly accretive operator, for $i = 1, 2, 3, \dots, N$. Assume that $\Omega = \bigcap_{i=1}^N (B_i)^{-1}0$ is nonempty. Let $\{x_n\}$ be a sequence generated by the following algorithm:

$$\begin{cases} x_1 \in E; \\ y_n = \alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)x_n; \\ x_{n+1} = \beta_n x_n + (1 - \beta_n) \left[a_0 y_n + \sum_{i=1}^N a_i (y_n + r_{n,i} B_i y_n) \right], \end{cases}$$

for all $n \geq 1$, where $0 < a_m < 1$, for $m = 0, 1, 2, 3, \dots, N$, $\{\alpha_n\}$, $\{\beta_n\}$ are real number sequences in $(0, 1)$ and $\{r_{n,i}\} \subset (0, \infty)$. Suppose that the above control sequences satisfy the following conditions:

- (i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$, $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty$;
- (ii) $0 < \liminf_{n \rightarrow \infty} \beta_n \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \beta_n < 1$;

$$\text{(iii) } 0 < b \leq r_{n,i} \leq c < \left(\frac{q\alpha}{C_q} \right)^{\frac{1}{q-1}} \text{ and } \sum_{n=1}^{\infty} |r_{n+1,i} - r_{n,i}| < \infty$$

for $n \geq 1$ and $i = 1, 2, 3, \dots, N$; where b and c are real numbers.

Then $\{x_n\}$ converges strongly to a point $\bar{x} \in \Omega$, where $\bar{x} = Q_\Omega f(\bar{x})$ and Q_Ω is the unique sunny nonexpansive retraction of C onto Ω

If $B_i = 0$ for all $i = 1, 2, 3, \dots, N$, then we get the following corollary

Corollary 3.4 Let E be a real strictly convex and q -uniformly smooth Banach space with constant C_q . Let C be a nonempty closed and convex subset of E . Let $f : C \rightarrow C$ be a contractive mapping with the constant $\beta \in (0, 1)$. Let $A_i : C \rightarrow 2^E$ be m -accretive operator for $i = 1, 2, 3, \dots, N$. Assume that $\Omega = \bigcap_{i=1}^N (A_i)^{-1} 0$ is nonempty. Let $\{x_n\}$ be a sequence generated by the following algorithm:

$$\begin{cases} x_1 \in E; \\ y_n = \alpha_n f(x_n) + (1 - \alpha_n)x_n; \\ x_{n+1} = \beta_n x_n + (1 - \beta_n) \left[a_0 y_n + \sum_{i=1}^N a_i J_{r_{n,i}}^{A_i} y_n \right], \quad n \geq 1, \end{cases}$$

where $J_{r_{n,i}}^{A_i} = (I + r_{n,i} A_i)^{-1}$ for $i = 1, 2, 3, \dots, N$, and $0 < a_m < 1$, for $m = 0, 1, 2, 3, \dots, N$, $\{\alpha_n\}, \{\beta_n\}$ are real number sequences in $(0, 1)$ and $\{r_{n,i}\} \subset (0, \infty)$. Suppose that the above control sequences satisfy the following conditions:

$$(i) \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0, \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n = \infty;$$

$$(ii) 0 < \liminf_{n \rightarrow \infty} \beta_n \leq \limsup_{n \rightarrow \infty} \beta_n < 1;$$

$$(iii) 0 < b \leq r_{n,i} \leq c < \left(\frac{q\alpha}{C_q} \right)^{\frac{1}{q-1}} \text{ and } \sum_{n=1}^{\infty} |r_{n+1,i} - r_{n,i}| < \infty$$

for $n \geq 1$ and $i = 1, 2, 3, \dots, N$, where b and c are real numbers.

Then $\{x_n\}$ converges strongly to a point $\bar{x} \in \Omega$, where $\bar{x} = Q_\Omega f(\bar{x})$ and Q_Ω is the unique sunny nonexpansive

retraction of C onto Ω

IV ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank the faculty of science and technology, Rajamangala University of Technology Thanyaburi for the financial support.

REFERENCES

- [1] PL. Lions, B. Mercier, "Splitting algorithms for the sum of two nonlinear operators," SIAM J. Numer. Anal. 16, pp. 964-979, 1979.
- [2] GB. Passty, "Ergodic convergence to a zero of the sum of monotone operators in Hilbert space," J. Math. Anal. Appl. 72, pp. 383-390, 1979.
- [3] SP. Han, G. Lou, "A parallel algorithm for a class of convex programs" SIAM J. Control Optim. 26, pp. 345-355, 1988.
- [4] J. Eckstein, BF. Svaiter, "A family of projective splitting methods for the sum of two maximal monotone operators." Math. Program. 111, pp. 73-199, 2008.
- [5] P. Tseng, "A modified forward-backward splitting method for maximal monotone mappings," SIAM J. Control Optim. 38, pp. 431-446, 2000.
- [6] XL. Qin, SY. Cho, L. Wang, "A regularity method for treating zero points of the sum of two monotone operators," Fixed Point Theory Appl. 2014, 75, 2014.
- [7] XL. Qin, SY. Cho, L. Wang, "Convergence of a splitting algorithm for the sum of two accretive operators with applications," Fixed Point Theory Appl. 2014, 166, 2014.
- [8] HK. Xu, "Inequalities in Banach spaces with applications," Nonlinear Anal., Vol. 16, pp. 1127-1138, 1991.
- [9] DS. Mitrinović, Analytic Inequalities. Springer, New York, 1970.
- [10] V. Barbu, Nonlinear Semigroups and Differential Equations in Banach Space. Noordhoff, Groningen, 1976.
- [11] K. Aoyama, Y. Kimura, W. Takahashi, and M. Toyoda, M, "On a strongly nonexpansive sequence in Hilbert spaces". J. Nonlinear convex Anal. 8, pp. 471-489, 2007.
- [12] T. Suzuki, "Strong convergence of Krasnoselskii and Mann's type sequences for one-parameter nonexpansive semigroups without Bochner integral," J. Math. Anal. Appl. 305, pp. 227-239, 2005.
- [13] HK. Xu, "An iterative approach to quadratic optimization", Journal of Optimization Theory and Applications. 116(3), pp. 659-678, 2003.
- [14] X. Qin, SY. Cho, L. Wang, "Iterative algorithms with errors for zero points of m -accretive operators", Fixed Point Theory Appl. 2013, Article ID 148, 2013.

รายละเอียดของรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา

09114204 การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางคณิตศาสตร์

Computer Programming in Mathematics

2. จำนวนหน่วยกิต

3 (2-2-5) จำนวนหน่วยกิต (บรรยาย-ปฏิบัติ-ศึกษาด้วยตนเอง)

3. หลักสูตรและประเภทของรายวิชา

วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หมวดวิชาเฉพาะ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (ปี 2559)

4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

นางสาวธาวัลย์ อัมพวา

5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

ภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษาที่ 2563

6. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

7. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

8. สถานที่เรียน

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (จัดการเรียนการสอนออนไลน์) หรือเป็นไปตามประกาศของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

9. วันที่จัดทำหรือปรับปรุงรายละเอียดของรายวิชาครั้งล่าสุด

30 มิถุนายน 2563

หมวดที่2. จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

1. จุดมุ่งหมายของรายวิชา

เพื่อให้ นักศึกษามีความรู้ทางวิชาการเรื่อง เรื่องแนวคิดพื้นฐานในการเขียนภาษาโปรแกรม และองค์ประกอบที่สนับสนุนที่เกี่ยวข้องค่าข้อมูล คอมไพเลอร์ตัวแปร โครงสร้าง ชนิดของระบบ โครงสร้างการควบคุม การสร้างรหัส ตัวแปรต่างๆ และความหมาย โครงสร้างข้อมูล ข้อยกเว้น ความถูกต้อง คลาส ฟังก์ชันตรรกะของโปรแกรม การโปรแกรมเชิงวัตถุ

2. วัตถุประสงค์ในการพัฒนา/ปรับปรุงรายวิชา

เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนให้มีรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย เช่น มีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning มีการนำงานวิจัยของอาจารย์ผู้สอนมาบูรณาการกับการเรียนการสอน มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ มีการส่งเสริมให้นักศึกษาใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอน

หมวดที่3. ลักษณะและการดำเนินการ

1. คำอธิบายรายวิชา

แนวคิดพื้นฐานในการเขียนภาษาโปรแกรม และตัวแบบปฏิบัติการ ค่าข้อมูล ตัวแปร โครงสร้าง ชนิดของระบบ โครงสร้างการควบคุม คอมไพเลอร์ การสร้างรหัส ตัวแปรต่าง ๆ และความหมาย โครงสร้างข้อมูล ข้อยกเว้น ความถูกต้อง คลาส ฟังก์ชัน ตรรกะของโปรแกรม การโปรแกรมเชิงวัตถุ

Basic concepts on writing programming language and execution model, values, variables, binding, systems type, control structures, compilers, code generation, syntax and semantics, data structures, exception handling, concurrency, classes, functions, logic-based, object-oriented programming

2. จำนวนชั่วโมงที่ใช้ต่อภาคการศึกษา

บรรยาย	การฝึกปฏิบัติ/การฝึกงาน	การศึกษาด้วยตนเอง	สอนเสริม
45 ชั่วโมง	30 ชั่วโมง	75 ชั่วโมง	ตามความต้องการของนักศึกษา

3. จำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่อาจารย์ให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

1 ชั่วโมงต่อสัปดาห์

หมวดที่4. การพัฒนาการเรียนรู้ของนักศึกษา

1 คุณธรรม จริยธรรม

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	ผู้สอนประพฤติตนเป็นแบบอย่างที่ดี	-
●	2.มีระเบียบวินัย	กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอนเพื่อให้มีระเบียบวินัย พร้อมทั้งเน้นเรื่องการปฏิบัติตนที่เหมาะสม ถูกต้อง ตามกฎระเบียบ ข้อบังคับของมหาวิทยาลัย และกฎระเบียบของสังคม และเน้นให้นักศึกษามีความซื่อสัตย์ทั้งต่อตนเองและต่อสังคม	สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการเข้าร่วมกิจกรรมในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์ การปฏิบัติตามระเบียบและข้อปฏิบัติต่างๆ อย่างต่อเนื่อง
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	ฝึกให้นักศึกษาเคารพสิทธิ และรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นใน	ประเมินผลจากการมีส่วนร่วมและการแสดงความคิดเห็นของ

		การทำงานร่วมกัน	นักศึกษาเมื่อทำงานร่วมกับผู้อื่น ในการเรียนการสอนในรูปแบบ ออนไลน์
--	--	-----------------	---

2 ความรู้

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจใน หลักการและทฤษฎีทางด้าน คณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่ เกี่ยวข้อง	ใช้การสอนในหลากหลาย รูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทาง ทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การ บรรยาย อภิปราย การนำเสนอ ผลงาน การทดลอง การจัด กิจกรรมการแก้ปัญหา การศึกษา ค้นคว้าด้วยตนเอง การทำ โครงงาน เป็นต้น ทั้งนี้ ให้เป็นไป ตามลักษณะของรายวิชาตลอดจน เนื้อหาสาระของรายวิชานั้นๆ	การสอบข้อเขียนใน ภาคทฤษฎี และการสอบปฏิบัติ ในภาคปฏิบัติในการเรียนการ สอนในรูปแบบออนไลน์
○	2.มีความรู้พื้นฐานทาง วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ที่จะ นำมาอธิบายหลักการและทฤษฎี ทางคณิตศาสตร์	-	-
●	4.มีความรู้ที่เกิดจากการบูรณา การความรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ ที่จะ นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน	จัดให้มีการเรียนรู้จากสถานการณ์ จริง โดยการศึกษาดูงาน หรือเชิญ ผู้เชี่ยวชาญที่มีประสบการณ์ตรง มาเป็นวิทยากรพิเศษเฉพาะ เรื่อง การฝึกงานในสถาน ประกอบการตลอดจนสหกิจ ศึกษา	ประเมินผลจากการนำเสนอ รายงาน และการตอบคำถามใน การเรียนการสอนในรูปแบบ ออนไลน์

3 ทักษะทางปัญญา

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็น ระบบ และมีเหตุผลตามหลักการ และวิธีการทางวิทยาศาสตร์	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษา เกิดความคิดวิเคราะห์ การคิด สังเคราะห์ การคิดอย่างมี วิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรม ในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การ อภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์หรือ แก้ปัญหา กรณีตัวอย่างหรือ สถานการณ์จำลอง กิจกรรมการ แก้ปัญหา (problem- solving task) การสะท้อนการ เรียนรู้ การเขียนบันทึกการ	ประเมินจากการนำเสนอรายงาน และผลงานในการเรียนการสอน ในรูปแบบออนไลน์

		เรียนรู้ หรือบันทึกประสบการณ์ส่วนบุคคล การทำโครงการงาน	
●	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิดการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา กรณีตัวอย่างหรือสถานการณ์จำลอง กิจกรรมการแก้ปัญหา (problem-solving task) การสะท้อนการเรียนรู้ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ หรือบันทึกประสบการณ์ส่วนบุคคล การทำโครงการงาน	ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า ในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์
○	3.มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆ ที่หลากหลาย ได้อย่างถูกต้อง เพื่อนำไปสู่การสร้างสรค์นวัตกรรม	-	-

4 ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการทำงานเป็นกลุ่มที่ต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกฝนการเป็นผู้นำ และการเป็นสมาชิกที่ดี	-
○	2.มีความรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	ปลูกฝังให้นักศึกษามีความรับผิดชอบต่อตนเอง องค์กร และสังคม รวมทั้งปลูกฝังในเรื่องของการพัฒนาตนเอง และการพัฒนางาน	-

5 ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้	จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการมอบหมาย	จัดกระบวนการสอนในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์ที่ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการ

	อย่างเหมาะสม	งานให้นักศึกษาศึกษาค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม	สืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการมอบหมายงานให้นักศึกษาศึกษาค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม
--	--------------	---	---

6 ทักษะพิสัย

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีทักษะในการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ	จัดกิจกรรมให้นักศึกษาได้ฝึกฝนการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ได้อย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ	ประเมินผลจากการทดสอบทักษะการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์

หมวดที่5. แผนการสอนและการประเมินผล

1. แผนการสอน

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	จำนวนชั่วโมง		กิจกรรมการเรียนการสอน สื่อที่ใช้ (ถ้ามี)	ผู้สอน
		จำนวนชั่วโมงทฤษฎี	จำนวนชั่วโมงปฏิบัติ		
1	- ชี้แจงรายละเอียดรายวิชา ประวัติความเป็นมาแนวคิดพื้นฐานในการเขียนภาษาโปรแกรม องค์ประกอบที่สนับสนุนที่เกี่ยวข้องค่าข้อมูลคอมพิวเตอร์	2	2	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบ และทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียน มอบหมายงาน/ PowerPoint และเอกสารประกอบการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาวีลย์ อัมพวา
2	ตัวแปร	2	2	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบ และทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียน มอบหมายงาน/ PowerPoint และเอกสารประกอบการ	อ.ธาวีลย์ อัมพวา

				เรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	
3	โครงสร้าง ชนิดของระบบ	2	2	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบ และทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียน มอบหมายงาน/ PowerPoint และเอกสารประกอบการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาว์ลย์ อัมพวา
4	คำสั่งวนลูป (loop)	2	2	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบ และทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียน มอบหมายงาน/ PowerPoint และเอกสารประกอบการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาว์ลย์ อัมพวา
5	คำสั่งวนลูป (loop) (ต่อ)	2	2	บรรยายพร้อมใช้สื่อการสอนและใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Experiential Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์ผู้สอนมาเป็นกรณีศึกษา)	อ.ธาว์ลย์ อัมพวา
6	คำสั่งทดสอบเงื่อนไขเพื่อการ	2	2	บรรยายพร้อม	อ.ธาว์ลย์

	ตัดสินใจ			ยกตัวอย่าง ถาม ตอบ และทำแบบฝึกหัด ภายในชั้น เรียน มอบหมาย งาน/ PowerPoint และเอกสาร ประกอบการ เรียนการสอนใน รูปแบบออนไลน์	อัมพวา
7	คำสั่งทดสอบเงื่อนไขเพื่อการ ตัดสินใจ (ต่อ)	2	2	บรรยายพร้อม ยกตัวอย่าง ถาม ตอบ และทำแบบฝึกหัด ภายในชั้น เรียน มอบหมาย งาน/ PowerPoint และเอกสาร ประกอบการ เรียนการสอนใน รูปแบบ ออนไลน์ และนำ ตำรา ภาษาอังกฤษ มาใช้	อ.ธาวีลย์ อัมพวา
8	การสร้างรหัส ตัวแปรต่างๆ และ ความหมาย	2	2	บรรยายพร้อมใช้ สื่อการสอนและ ยกตัวอย่างถาม- ตอบและทำ แบบฝึกหัดภายใน ชั้นเรียนในการ เรียนการสอนใน รูปแบบออนไลน์	อ.ธาวีลย์ อัมพวา
9	โครงสร้างข้อมูล	2	2	บรรยายพร้อมใช้ สื่อการสอนและ ยกตัวอย่างถาม- ตอบและทำ แบบฝึกหัดภายใน ชั้นเรียนในการ เรียนการสอนใน	อ.ธาวีลย์ อัมพวา

				รูปแบบออนไลน์	
10	โครงสร้างข้อมูล (ต่อ)	2	2	บรรยายพร้อมใช้สื่อการสอนและยกตัวอย่างถาม-ตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียนในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาวีลย์ อัมพวา
11	ช้อยกเว้น ความถูกต้อง	2	2	บรรยายพร้อมใช้สื่อการสอนและยกตัวอย่างถาม-ตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียนในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาวีลย์ อัมพวา
12	คลาส ฟังก์ชัน	2	2	บรรยายพร้อมใช้สื่อการสอนและยกตัวอย่างถาม-ตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียนในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาวีลย์ อัมพวา
13	คลาส ฟังก์ชัน (ต่อ)	2	2	บรรยายพร้อมใช้สื่อการสอนและยกตัวอย่างถาม-ตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียนในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาวีลย์ อัมพวา
14	ตรรกะของโปรแกรม	2	2	บรรยายพร้อมใช้สื่อการสอนและยกตัวอย่างถาม-ตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียนในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาวีลย์ อัมพวา

15	การโปรแกรมเชิงวัตถุ	2	2	บรรยายพร้อมใช้สื่อการสอนและยกตัวอย่างถาม-ตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียนในการเรียนการสอนในรูปแบบออนไลน์	อ.ธาว์ลย์ อัมพวา
----	---------------------	---	---	---	------------------

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้

1. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านคุณธรรม จริยธรรม

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	-		0
●	2.มีระเบียบวินัย	สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการเข้าร่วมกิจกรรม การปฏิบัติตามระเบียบและข้อปฏิบัติต่างๆ อย่างต่อเนื่อง	ทุกสัปดาห์	5
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	ประเมินผลจากการมีส่วนร่วมและการแสดงความคิดเห็นของนักศึกษาเมื่อทำงานร่วมกับผู้อื่น		0

2. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี และการสอบปฏิบัติในภาคปฏิบัติ	2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15	70
○	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	-		0
●	4.มีความรู้ที่เกิดจากการบูรณาการความรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ ที่จะนำไปใช้ในชีวิตรประจำวัน	ประเมินผลจากการนำเสนอรายงาน และการตอบคำถาม	ทุกสัปดาห์	5

3. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะทางปัญญา

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	ประเมินจากการนำเสนอรายงานและผลงาน	ทุกสัปดาห์	5
●	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า หรือการสอบปฏิบัติ	16	5
○	3.มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆ ที่หลากหลายได้อย่างถูกต้อง เพื่อนำไปสู่การสร้างสรค์นวัตกรรม	-	-	0

4. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	-		0
○	2.มีความรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	-		0

5. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการมอบหมายงานให้นักศึกษาศึกษาค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม	ทุกสัปดาห์	5

6. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะพิสัย

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีทักษะในการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์ หรือคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ	ประเมินผลจากการทดสอบทักษะการใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทางวิทยาศาสตร์หรือคณิตศาสตร์	ทุกสัปดาห์	5

หมวดที่6. ทฤษฎีการประกอบการเรียนการสอน

1. เอกสารและตำราหลัก

- Programming with C, Byron Gottfried, 1996.
- Data Structures and C Programs, Christopher J. Van Wyk, 1988.

2. เอกสารและข้อมูลสำคัญ

- ผศ.อัมมพันธ์ รัตนเลิศนุสรณ์2547 .การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาซี.กรุงเทพ.
- ผศ.รุ่งทิวา เสาร์สิงห์2550. คู่มือเรียนรู้ภาษาซีด้วยตนเอง. กรุงเทพ.
- พนิดา พานิชกุล. 2549. การโปรแกรมภาษาซี. กรุงเทพ.
- รศ.ธีรวัฒน์ ประกอบผล. 2557 คู่มือการเขียนโปรแกรมภาษา C. กรุงเทพ.
- ดร.ดวงแก้ว สวามิภักดิ์. 2539. การเขียนโปรแกรมภาษา C. กรุงเทพ.

3. เอกสารและข้อมูลแนะนำ

-

หมวดที่7. การประเมินและปรับปรุงการดำเนินการของรายวิชา

1. กลยุทธ์การประเมินประสิทธิผลของรายวิชาโดยนักศึกษา

การประเมินประสิทธิผลในรายวิชานี้ที่จัดทำโดยนักศึกษา ได้จัดกิจกรรมในการนำแนวคิดและความเห็นจากนักศึกษาได้ดังนี้

1. การสนทนาระหว่างอาจารย์ผู้สอนและกลุ่มผู้เรียน

2. แบบประเมินผู้สอน แบบประเมินรายวิชา หรือข้อเสนอแนะผ่านกระดานข่าวบนห้องเรียนออนไลน์ D-Learn ของมหาวิทยาลัย ซึ่งอาจารย์ผู้สอนได้จัดทำเป็นช่องการสื่อสารกับกลุ่มผู้เรียน

2. กลยุทธ์การประเมินการสอน

ในการเก็บข้อมูลเพื่อประเมินการสอน ได้มีกลยุทธ์ ดังนี้

1. ผลการเรียนรู้ของนักศึกษา
2. งานที่นักศึกษาได้รับมอบหมาย
3. การทวนสอบผลประเมินการเรียนรู้

3. การปรับปรุงการสอน

จากการรายงาน มคอ.5 ในภาคการศึกษา 1/2562 หมวดที่ 6 แผนการปรับปรุง หัวข้อที่ 3 ข้อเสนอแผนการปรับปรุง สำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป ซึ่งได้แนบมาดังนี้ “อาจจะให้มีการแข่งขันเขียนโปรแกรมเป็นกลุ่ม ๆ ในช่วงเวลาเรียนเพื่อให้เกิดทักษะเพิ่มขึ้น” ดังนั้นในภาคการศึกษานี้จึงใช้รูปแบบการสอนแบบ Active Learning โดยมีแนวทางให้นักศึกษาในรายวิชานี้ได้แข่งขันกันเขียนโปรแกรมจากงานวิจัยที่ผู้สอนได้เคยตีพิมพ์ในวารสาร (ออนไลน์) www.sci.rmutt.ac.th/stj, Online ISSN2229-1547 เพื่อเพิ่มทักษะให้แก่นักศึกษาที่เรียนในรายวิชาการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางคณิตศาสตร์ และนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ

4. การทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา

ดำเนินการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยคณะกรรมการทวนสอบฯของหลักสูตร และทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยให้นักศึกษาประเมินตนเอง

5. การดำเนินการทบทวนและการวางแผนปรับปรุงประสิทธิผลของรายวิชา

เพิ่มการนำสื่อและเทคโนโลยีมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนจัดการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิคที่หลากหลาย เช่นมีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning มีการนำงานวิจัยของอาจารย์ผู้สอนมาบูรณาการกับการเรียนการสอน ตลอดจนมีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ

รายงานผลการดำเนินการรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา

09114204 การเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางคณิตศาสตร์

Computer Programming in Mathematics

2. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

3. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา นางสาวธวัลย์ อัมพวา

อาจารย์ที่ปรึกษา กลุ่มที่สอน

นางสาวธวัลย์ อัมพวา กลุ่มที่สอน 1

5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

1/2563

6. สถานที่เรียน

กลุ่มที่สอน 1 ห้อง ST1905 อาคารคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี 9 ชั้น/สอนออนไลน์ ผ่านโปรแกรม Microsoft Teams

หมวดที่2. การจัดการเรียนการสอนที่เปรียบเทียบกับแผนการสอน

1. รายงานชั่วโมงการสอนจริงเทียบกับแผนการสอน

หัวข้อ	จำนวน ชั่วโมง ตาม แผนการ สอน	จำนวน ชั่วโมงที่ ได้สอน จริง	ระบุสาเหตุที่การสอนจริงต่างจาก แผนการสอน หากมีความแตกต่าง เกิน 25%
1.- ชี้แจงรายละเอียดรายวิชา ประวัติความเป็นมาแนวคิดพื้นฐานใน การเขียนภาษาโปรแกรม องค์ประกอบที่สนับสนุนที่เกี่ยวข้องค่า	4	4	-

ข้อมูลคอมพิวเตอร์			
2.ตัวแปร	4	4	-
3.โครงสร้าง ชนิดของระบบ	4	4	-
4.คำสั่งวนลูป (loop)	4	4	-
5.คำสั่งวนลูป (loop) (ต่อ)	4	4	-
6.คำสั่งทดสอบเงื่อนไขเพื่อการตัดสินใจ	4	4	-
7.คำสั่งทดสอบเงื่อนไขเพื่อการตัดสินใจ (ต่อ)	4	4	-
8.การสร้างรหัส ตัวแปรต่างๆ และ ความหมาย	4	4	-
9.โครงสร้างข้อมูล	4	4	-
10.โครงสร้างข้อมูล (ต่อ)	4	4	-
11.ข้อยกเว้น ความถูกต้อง	4	4	-
12.คลาส ฟังก์ชัน	4	4	-
13.คลาส ฟังก์ชัน (ต่อ)	4	4	-
14.ตรรกะของโปรแกรม	4	4	-
15.การโปรแกรมเชิงวัตถุ	4	4	-

2. หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน

-

หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุม	นัยสำคัญของหัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน	แนวทางชดเชย
-	-	-

3. ประสิทธิภาพของวิธีสอนที่ทำให้เกิดผลการเรียนรู้ตามที่ระบุในรายละเอียดของรายวิชา

ผลการเรียนรู้	วิธีสอนที่ระบุในรายละเอียดรายวิชา	ประสิทธิภาพ		ปัญหาของการใช้วิธีสอน (ถ้ามี) พร้อมข้อเสนอแนะในการแก้ไข
		มี	ไม่มี	
คุณธรรม จริยธรรม	ผู้สอนประพฤติตนเป็นแบบอย่างที่ดี กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เพื่อให้มีระเบียบวินัย พร้อมทั้งเน้นเรื่องการปฏิบัติตนที่	✓		-

	เหมาะสม ถูกต้อง ตาม กฎระเบียบ ข้อบังคับของ มหาวิทยาลัย และกฎระเบียบของ สังคม และเน้นให้นักศึกษามีความ ซื่อสัตย์ทั้งต่อตนเองและต่อสังคม ฝึก ให้นักศึกษาเคารพสิทธิ และรับฟัง ความคิดเห็นของผู้อื่นในการทำงาน ร่วมกัน			
ความรู้	ใช้การสอนในหลากหลาย รูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎี และปฏิบัติ ได้แก่ การ บรรยาย อภิปราย การนำเสนอ ผลงาน การทดลอง การจัดกิจกรรม การแก้ปัญหา การศึกษาค้นคว้าด้วย ตนเอง การทำโครงการ เป็น ต้น ทั้งนี้ ให้เป็นไปตามลักษณะของ รายวิชาตลอดจนเนื้อหาสาระของ รายวิชานั้นๆ - จัดให้มีการเรียนรู้จาก สถานการณ์จริง โดยการศึกษาดู งาน หรือเชิญผู้เชี่ยวชาญที่มี ประสบการณ์ตรงมาเป็นวิทยากร พิเศษเฉพาะเรื่อง การฝึกงานใน สถานประกอบการตลอดจนสหกิจ ศึกษา	✓		-
ทักษะทางปัญญา	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิด การคิดวิเคราะห์ การคิด สังเคราะห์ การคิดอย่างมี วิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมใน ลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปราย กลุ่ม การวิเคราะห์หรือ แก้ปัญหา กรณีตัวอย่างหรือ สถานการณ์จำลอง กิจกรรมการ แก้ปัญหา (problem- solving task) การสะท้อนการ เรียนรู้ การเขียนบันทึกการ เรียนรู้ หรือบันทึกประสบการณ์ส่วน บุคคล การทำโครงการ ใช้การสอนที่ ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิดการคิด วิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิด อย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มี กิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การ อภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์หรือ	✓		-

	แก้ปัญหา กรณีตัวอย่างหรือ สถานการณ์จำลอง กิจกรรมการ แก้ปัญหา (problem- solving task) การสะท้อนการ เรียนรู้ การเขียนบันทึกการ เรียนรู้ หรือบันทึกประสบการณ์ส่วน บุคคล การทำโครงการ -			
ทักษะความสัมพันธ์ ระหว่างบุคคลและ ความรับผิดชอบ	จัดกิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เน้น การทำงานเป็นกลุ่มที่ต้องมี ปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลเพื่อให้ นักศึกษาได้ฝึกฝนการเป็นผู้นำ และ การเป็นสมาชิกที่ดี ปลุกฝังให้ นักศึกษามีความรับผิดชอบต่อ ตนเอง องค์กร และสังคม รวมทั้ง ปลุกฝังในเรื่องของการพัฒนา ตนเอง และการพัฒนางาน	✓		-
ทักษะการวิเคราะห์ เชิงตัวเลข การ สื่อสาร และการใช้ เทคโนโลยี สารสนเทศ	จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้ นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ ในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยการมอบหมายงานให้นักศึกษา ศึกษาค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงาน กลุ่ม	✓		-
ทักษะพิสัย	จัดกิจกรรมให้นักศึกษาได้ฝึกฝนการ ใช้อุปกรณ์และเครื่องมือทาง วิทยาศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ได้ อย่างเหมาะสมและมี ประสิทธิภาพ	✓		-

4. ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุงวิธีสอน

-

หมวดที่3. สรุปผลการจัดการเรียนการสอนของรายวิชา

- จำนวนนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียน
15
- จำนวนนักศึกษาที่คงอยู่เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา
15
- จำนวนนักศึกษาที่ถอน (W)
0
- การกระจายของระดับคะแนน (เกรด)

ระดับคะแนน	จำนวน	คิดเป็นร้อยละ
A	3	20.00
B+	1	6.67
B	8	53.33
C+	1	6.67
C	2	13.33
D+	-	0.00
D	-	0.00
F	-	0.00
W	-	0.00
ไม่สมบูรณ์ (I)	-	0.00
ผ่าน (P,S)	-	0.00
ไม่ผ่าน (U)	-	0.00
AU	-	0.00

5. ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ (ถ้ามี)

-

6. ความคลาดเคลื่อนจากแผนการประเมินที่กำหนดไว้ในรายละเอียดรายวิชา

6.1 ความคลาดเคลื่อนด้านกำหนดเวลาการประเมิน

-

ความคลาดเคลื่อน	เหตุผล
-	-

6.2 ความคลาดเคลื่อนด้านวิธีการประเมินผลการเรียนรู้

-

ความคลาดเคลื่อน	เหตุผล
-	-

7. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา

กลุ่มที่สอน	การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา
1	การทวนสอบการให้คะแนนจากการตรวจผลงานของนักศึกษาโดยอาจารย์อื่น หรือผู้ทรงคุณวุฒิที่ไม่ใช่อาจารย์ประจำหลักสูตร การตั้งคณะกรรมการในสาขาวิชา ตรวจสอบผลประเมินการเรียนรู้ของนักศึกษาโดยตรวจสอบข้อสอบ รายงาน วิธีการให้คะแนน และการให้คะแนนจิตพิสัย

หมวดที่4. ปัญหาและผลกระทบต่อการดำเนินการ

1. ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก -

ปัญหาในการใช้แหล่งทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน (ถ้ามี)	ผลกระทบ
-	-

2. ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร -

ปัญหาด้านการบริหารและองค์กร (ถ้ามี)	ผลกระทบต่อผลการเรียนรู้ของนักศึกษา
-	-

หมวดที่5. การประเมินรายวิชา

1. ผลการประเมินรายวิชาโดยนักศึกษา

- 1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

นางสาวธวัลย์ อัมพวา

ประเภท	Mean	SD
ประเมินตนเองของนักศึกษา	4.060	0.734
ประเมินอาจารย์ผู้สอน	4.255	0.762

- 1.1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

-

- 1.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1

กลุ่มที่สอน	ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1
1	-

2. ผลการประเมินรายวิชาโดยวิธีอื่น

- 2.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น

กลุ่มที่สอน	ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น
1	-

- 2.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 2.1

กลุ่มที่สอน	รายละเอียด
1	-

หมวดที่ 6. แผนการปรับปรุง

1. ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา

กลุ่มที่สอน	ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา
1	1. ใช้รูปแบบการสอน Active Learning 2. นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้บางหัวข้อ

2. การดำเนินการอื่น ๆ ในการปรับปรุงรายวิชา

กลุ่มที่สอน	การดำเนินการอื่น ๆ ในการปรับปรุงรายวิชา
1	ในภาคการศึกษานี้ ผู้สอนได้นำบทความวิจัย M. Tatong and T. Ampawa, Generalized Identities for third order Pell Number, Pell-Lucas Number and Modified Pell Number, Progress in applied science and technology 2020; 10(1): 96-106. มาบูรณาการกับการเรียนการสอน โดยนำการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ทางคณิตศาสตร์ มาสร้างลำดับเพลล์และเพลล์ลูคัส และคำนวณจำนวนเพลล์และเพลล์ลูคัสพจน์ที่ n

3. ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป

กลุ่มที่สอน	ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป
1	1. ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Small group discussion 2. นำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ

4. ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร

กลุ่มที่สอน	ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร
1	-

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา :

ลงชื่อ 

(นางสาวธวัลย์ อัมพา)

วันที่รายงาน 3 ธันวาคม 2563

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร :

ลงชื่อ 

(ผศ.สมนึก ศรีสวัสดิ์)

วันที่รายงาน 3 ธันวาคม 2563

รายละเอียดของรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่ 1 ข้อมูลโดยทั่วไป

- รหัสและชื่อรายวิชา
09114318 คณิตศาสตร์การเงิน
- จำนวนหน่วยกิต
3 (2-2-5) จำนวนหน่วยกิต (บรรยาย-ปฏิบัติ-ศึกษาด้วยตนเอง)
- หลักสูตรและประเภทของรายวิชา
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หมวดวิชาเฉพาะ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (ปี 2559)
- อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน
อ.ดร.นธิยา มากะเต
- ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน
ภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษาที่ 2563
- รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)
ไม่มี
- รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)
ไม่มี
- สถานที่เรียน
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี/เรียนออนไลน์หรือเป็นไปตามประกาศของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
- วันที่จัดทำหรือปรับปรุงรายละเอียดของรายวิชาครั้งล่าสุด
30 มิถุนายน 2563

หมวดที่ 2 จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

- จุดมุ่งหมายของรายวิชา
เพื่อให้ นักศึกษามีความรู้ในเรื่อง หลักพื้นฐานในการวิเคราะห์ปัญหาทางการเงิน การคำนวณดอกเบี้ย ดอกเบี้ยทบต้น เงินงวดมูลฐาน เงินรายงวดแบบอื่นๆ อัตราผลตอบแทนจากการลงทุน ตารางการไถ่ถอนและสะสม เงินทุนสำหรับการชำระหนี้ พันธบัตรและหลักทรัพย์ชนิดอื่นๆ การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางการเงิน
- วัตถุประสงค์ในการพัฒนา/ปรับปรุงรายวิชา
เพื่อปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนให้มีรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย เช่น มีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) นำตำรา/บทความวิจัยภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ มีการส่งเสริมให้นักศึกษาใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอน

หมวดที่ 3 ลักษณะและการดำเนินการ

1. คำอธิบายรายวิชา

หลักพื้นฐานในการวิเคราะห์ปัญหาทางการเงิน การคำนวณดอกเบี้ย ดอกเบี้ยทบต้น เงินงวดมูลฐาน เงินรายงวดแบบอื่นๆ อัตราผลตอบแทนจากการลงทุน ตารางการไถ่ถอนและสะสมเงินทุนสำหรับการชำระหนี้ พันธบัตรและหลักทรัพย์ชนิดอื่นๆ การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางการเงิน

Basic principles of financial problem analysis, the measurement of interest, compound interest, elementary annuities, more general annuities, yield rates, amortization schedules and sinking funds, bond and other securities, applied mathematics in financial problem analysis

2. จำนวนชั่วโมงที่ใช้ต่อภาคการศึกษา

บรรยาย	การฝึกปฏิบัติ/การฝึกงาน	การศึกษาด้วยตนเอง	สอนเสริม
45 ชั่วโมง	30 ชั่วโมง	75 ชั่วโมง	ตามความต้องการของนักศึกษา

3. จำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่อาจารย์ให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

3 ชั่วโมง โดยแจ้งช่องทางการติดต่อ ในคาบแรกที่สอน

หมวดที่ 4 การพัฒนาการเรียนรู้ของนักศึกษา

1. คุณธรรม จริยธรรม

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	สอดแทรกเรื่องของความซื่อสัตย์สุจริต ในกิจกรรมการเรียนการสอน	1. การสอบข้อเขียน 2. การสังเกตพฤติกรรม 3. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม
●	2.มีระเบียบวินัย	กำหนดให้มีกฎ ระเบียบ ข้อปฏิบัติ ร่วมกันในการเรียนการสอน เรื่องการ มีวินัย การตรงต่อเวลา	1. การสังเกตพฤติกรรม 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 3. การประเมินการบ้าน
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็น ของผู้อื่น	การอภิปราย	1. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 2. การประเมินการวิพากษ์/การ นำเสนอผลงาน

2. ความรู้

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการ และทฤษฎีทางด้าน คณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย	1. การสอบข้อเขียน 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 3. การประเมินการบ้าน 4. การประเมินการวิพากษ์/การ นำเสนอผลงาน
○	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบาย หลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	1. การบรรยาย 2. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	การสอบปากเปล่า
●	4.มีความรู้ที่เกิดจากการบูรณาการ ความรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ ที่จะนำไปใช้ ในชีวิตประจำวัน	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	1. การสอบข้อเขียน 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 3. การประเมินการบ้าน 4. การประเมินรายงาน/โครงงาน 5. การประเมินการวิพากษ์/การ นำเสนอผลงาน 6. การประเมินจากการสะท้อนผล การทำงานร่วมกัน

3. ทักษะทางปัญญา

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็น ระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและ วิธีการทางวิทยาศาสตร์	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	1. การสอบข้อเขียน 2. การสังเกตพฤติกรรม 3. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 4. การประเมินการบ้าน 5. การประเมินรายงาน/โครงงาน

●	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	1. การสอบข้อเขียน 2. การสอบปากเปล่า 3. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 4. การประเมินการบ้าน 5. การประเมินการวิพากษ์/การนำเสนอผลงาน
○	3.มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆ ที่หลากหลายได้อย่างถูกต้อง เพื่อนำไปสู่การสร้างสรรค์นวัตกรรม	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย	1. การสังเกตพฤติกรรม 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม

4. ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	มอบหมายให้นักศึกษาทำงานเป็นกลุ่ม	1. การสังเกตพฤติกรรม 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม
○	2.มีความรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	มอบหมายให้นักศึกษาทำงานเป็นกลุ่ม	1. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 2. การประเมินจากผลการสะท้อนผลการทำงานร่วมกัน

5. ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	1. การสอบข้อเขียน 2. การสอบปากเปล่า 3. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 4. การประเมินการบ้าน 5. การประเมินรายงาน/โครงการงาน

●	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	1. การสอบข้อเขียน 2. การสังเกตพฤติกรรม 3. การประเมินการบ้าน 4. การประเมินรายงาน/โครงการ
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	นำบทความวิจัยภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ	-
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การใช้กรณีศึกษา (Case)	1. การประเมินการวิพากษ์/การนำเสนอผลงาน 2. การประเมินจากการสะท้อนผลการทำงานร่วมกัน

หมวดที่ 5 แผนการสอนและการประเมินผล

1. แผนการสอน

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	จำนวนชั่วโมง		กิจกรรมการเรียนรู้ การสอน สื่อที่ใช้ (ถ้ามี)	ผู้สอน
		จำนวนชั่วโมง ทฤษฎี	จำนวนชั่วโมง ปฏิบัติ		
1	หลักพื้นฐานในการวิเคราะห์ปัญหาทางการเงิน - ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเงิน - การวัดค่าของเงิน	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย	ดร.นนธิยา มากะเต
2	การคำนวณดอกเบี้ย 1. ดอกเบี้ยเชิงเดียว - การคิดดอกเบี้ย - เงินรวมและค่าปัจจุบัน - ผังเวลา	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning	ดร.นนธิยา มากะเต
3	การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) - การคิดดอกเบี้ยเมื่อนับเวลาเป็นวัน - การจ่ายเงินบางส่วน	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเต

4	การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) - ส่วนลด - สมการของมูลค่า	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเต
5	การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) - การวิเคราะห์การลงทุน - การจ่ายเงินเป็นรายงวด	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเต
6	การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) 2. ดอกเบี้ยทบต้น - เงินรวมและค่าปัจจุบัน - อัตราดอกเบี้ยที่เป็นจริง - การคิดดอกเบี้ยเมื่อเวลาไม่เต็ม งวด	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเต
7	การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) - ระยะเวลา และอัตราดอกเบี้ย - สมการของมูลค่า	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเต
8	เงินงวดมูลฐาน - แบบของค่ารายงวด - เงินรวมของค่ารายงวดธรรมดา - ค่าปัจจุบันของค่ารายงวด	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเต
9	เงินงวดมูลฐาน - การหาค่ารายงวด - การหาจำนวนงวดของค่ารายงวด - การหาอัตราดอกเบี้ยของค่าราย งวด	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเต
10	เงินรายงวดแบบอื่นๆ - ค่ารายงวดที่มีการจ่ายเงินตอนต้น งวด - ค่ารายงวดชนิดรับซ้ำ - ค่ารายงวดชนิดจ่ายซ้ำ	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเต

11	เงินรายงวดแบบอื่นๆ (ต่อ) - ค่ารายงวดที่จ่ายเงินรายงวดบ่อยครั้งกว่าการคิดดอกเบี้ย - ค่ารายงวดที่คิดดอกเบี้ยบ่อยครั้งกว่าการจ่ายเงินรายงวด	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar)	ดร.นนธิยา มากะเด
12	อัตราผลตอบแทนจากการลงทุน - การคำนวณค่าเสื่อมราคา - การวิเคราะห์ผลตอบแทน - การวิเคราะห์งบประมาณการลงทุน	2	2	1. การบรรยาย 2. ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning	ดร.นนธิยา มากะเด
13	ตารางการไถ่ถอนและสะสม เงินทุนสำหรับการชำระหนี้ - การผ่อนชำระ - การสะสมเงินทุน	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar) 4. การใช้ กรณีศึกษา (Case)	ดร.นนธิยา มากะเด
14	พันธบัตรและหลักทรัพย์ชนิดอื่นๆ - พันธบัตร - หุ้น	2	2	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. นำตำราภาษาอังกฤษ มาใช้ในบางหัวข้อ 4. การใช้ กรณีศึกษา (Case) จากตลาดจำลอง (click2win)	ดร.นนธิยา มากะเด
15	การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในการ แก้ปัญหาด้านการเงิน	2	2	1. การอภิปราย 2. การสอนแบบ สัมมนา (Seminar) 3. การใช้ กรณีศึกษา (Case) 4. นำเสนอผลงานโดยนำ โปรแกรมต่างๆที่นักศึกษา สนใจมาประยุกต์ใช้ในทาง การเงิน 5. นำงานวิจัยของ อาจารย์มาเป็น	ดร.นนธิยา มากะเด

				กรณีศึกษาให้นักศึกษา เห็นงานวิจัยทางด้าน การเงินและการ ประยุกต์	
--	--	--	--	--	--

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้

1. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านคุณธรรม จริยธรรม

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	1. การสอบข้อเขียน 2. การสังเกตพฤติกรรม 3. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม	ทุกสัปดาห์	5
●	2.มีระเบียบวินัย	1. การสังเกตพฤติกรรม 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 3. การประเมินการบ้าน	ทุกสัปดาห์	5
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็น ของผู้อื่น	1. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 2. การประเมินการวิพากษ์/การ นำเสนอผลงาน	ทุกสัปดาห์	5

2. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการ และทฤษฎีทางด้าน คณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	1. การสอบข้อเขียน 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 3. การประเมินการบ้าน 4. การประเมินการวิพากษ์/การ นำเสนอผลงาน	9,12,15,17	20

○	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	การสอบปากเปล่า		0
●	4.มีความรู้ที่เกิดจากการบูรณาการความรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ ที่นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน	1. การสอบข้อเขียน 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/บทบาทในการทำกิจกรรม 3. การประเมินการบ้าน 4. การประเมินรายงาน/โครงงาน 5. การประเมินการวิพากษ์/การนำเสนอผลงาน 6. การประเมินจากการสะท้อนผลการทำงานร่วมกัน	9,12,15,17	10

3. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะทางปัญญา

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	1. การสอบข้อเขียน 2. การสังเกตพฤติกรรม 3. การประเมินกระบวนการทำงาน/บทบาทในการทำกิจกรรม 4. การประเมินการบ้าน 5. การประเมินรายงาน/โครงงาน	9,12,15,17	15
●	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	1. การสอบข้อเขียน 2. การสอบปากเปล่า 3. การประเมินกระบวนการทำงาน/บทบาทในการทำกิจกรรม 4. การประเมินการบ้าน 5. การประเมินการวิพากษ์/การนำเสนอผลงาน	9,12,15,17	15
○	3.มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆ ที่หลากหลายได้อย่างถูกต้อง เพื่อนำไปสู่การสร้างสรรค์นวัตกรรม	1. การสังเกตพฤติกรรม 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/บทบาทในการทำกิจกรรม		0

4. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	1. การสังเกตพฤติกรรม 2. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม	ทุกสัปดาห์	5
○	2.มีความรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	1. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 2. การประเมินจากการสะท้อนผลการทำงานร่วมกัน	-	0

5. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	1. การสอบข้อเขียน 2. การสอบปากเปล่า 3. การประเมินกระบวนการทำงาน/ บทบาทในการทำกิจกรรม 4. การประเมินการบ้าน 5. การประเมินรายงาน/โครงการ	9,12,15,17	10
●	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	1. การสอบข้อเขียน 2. การสังเกตพฤติกรรม 3. การประเมินการบ้าน 4. การประเมินรายงาน/โครงการ	9,12,15,17	5
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	-		0

○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	1. การประเมินการวิพากษ์/การนำเสนอผลงาน 2. การประเมินจากการสะท้อนผลการทำงานร่วมกัน	9,12,15,17	5
---	--	--	------------	---

หมวดที่ 6 ทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน

1. เอกสารและตำราหลัก

รศ.ดร. อำพล ธรรมเจริญ 2551 คณิตศาสตร์การเงิน พิมพ์ครั้งที่ 1

2. เอกสารและข้อมูลสำคัญ

Cissell, R., Cissell, H. and D.C. Flaspohler, Mathematics of Finance, Houghton Mifflin Company, Boston, 1973, 1990.

3. เอกสารและข้อมูลแนะนำ

รศ.ประสิทธิ์ พิชัยพงษ์ 2547 คณิตศาสตร์การเงินและการลงทุน สำนักพิมพ์เกษตรศาสตร์

หมวดที่ 7 การประเมินและปรับปรุงการดำเนินการของรายวิชา

1. กลยุทธ์การประเมินประสิทธิผลของรายวิชาโดยนักศึกษา

1. การสนทนาระหว่างอาจารย์ผู้สอนและกลุ่มผู้เรียน

2. นักศึกษาประเมินการสอนของผู้สอน ประเมินตนเอง และให้ข้อเสนอแนะ ผ่านระบบ vision net ของสำนักส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน

3. นักศึกษาทำแบบประเมินตนเองเพื่อทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้

2. กลยุทธ์การประเมินการสอน

1. สุ่มการสอนโดยคณะกรรมการฯ

2. สัมภาษณ์นักศึกษา

3. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร

4. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยนักศึกษาเป็นผู้ประเมินตนเอง

3. การปรับปรุงการสอน

ปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนให้มีรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย เช่น มีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) นำตำรา/บทความวิจัยภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ มีการส่งเสริมให้นักศึกษาใช้เทคโนโลยีในการเรียนการสอน

4. การทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา

ดำเนินการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยคณะกรรมการทวนสอบฯของหลักสูตรและทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยให้นักศึกษาประเมินตนเอง

5. การดำเนินการทบทวนและการวางแผนปรับปรุงประสิทธิผลของรายวิชา

เพิ่มการนำสื่อและเทคโนโลยีมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน จัดการเรียนการสอนให้มีรูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย เช่น มีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning Thinking Based Learning มีการนำงานวิจัยของอาจารย์มาบูรณาการการกับการเรียนการสอนปัจจุบันเพื่อให้นักศึกษาเห็นถึงความก้าวหน้าของรายวิชาในปัจจุบัน มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ

รายงานผลการดำเนินการรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่ 1 ข้อมูลโดยทั่วไป

- รหัสและชื่อรายวิชา
09114318 คณิตศาสตร์การเงิน
Mathematics of Finance
- รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)
ไม่มี
- รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)
ไม่มี
- อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน
อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา อ.ดร.นนธิยา มากะเต
อาจารย์ผู้สอน กลุ่มที่สอน
อ.ดร.นนธิยา มากะเต กลุ่มที่สอน 1
- ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน
1/2563
- สถานที่เรียน
ST1911 อาคารคณะวิทยาศาสตร์ 9 ชั้น/สอนออนไลน์ผ่าน Microsoft Teams

หมวดที่ 2 การจัดการเรียนการสอนที่เปรียบเทียบกับแผนการสอน

- รายงานชั่วโมงการสอนจริงเทียบกับแผนการสอน

หัวข้อ	จำนวน ชั่วโมง ตาม แผนการ สอน	จำนวน ชั่วโมงที่ได้ สอนจริง	ระบุสาเหตุที่การสอนจริงต่างจาก แผนการสอนหากมี ความแตกต่าง เกิน 25%
1.หลักพื้นฐานในการวิเคราะห์ปัญหาทางการเงิน - ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับเงิน - การวัดค่าของเงิน	4	4	-
2.การคำนวณดอกเบี้ย 1. ดอกเบี้ยเชิงเดียว - การคิดดอกเบี้ย	4	4	-

- เงินรวมและค่าปัจจุบัน - ผังเวลา			
3.การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) - การคิดดอกเบี้ยเมื่อนับเวลาเป็นวัน - การจ่ายเงินบางส่วน	4	4	-
4.การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) - ส่วนลด - สมการของมูลค่า	4	4	-
5.การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) - การวิเคราะห์การลงทุน - การจ่ายเงินเป็นรายงวด	4	4	-
6.การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) 2. ดอกเบี้ยทบต้น - เงินรวมและค่าปัจจุบัน - อัตราดอกเบี้ยที่เป็นจริง - การคิดดอกเบี้ยเมื่อเวลาไม่เต็มงวด	4	4	-
7.การคำนวณดอกเบี้ย (ต่อ) - ระยะเวลา และอัตราดอกเบี้ย - สมการของมูลค่า	4	4	-
8.เงินงวดมูลฐาน - แบบของค่ารายงวด - เงินรวมของค่ารายงวดธรรมดา - ค่าปัจจุบันของค่ารายงวด	4	4	-
9.เงินงวดมูลฐาน - การหาค่ารายงวด - การหาจำนวนงวดของค่ารายงวด - การหาอัตราดอกเบี้ยของค่ารายงวด	4	4	-
10.เงินรายงวดแบบอื่นๆ - ค่ารายงวดที่มีการจ่ายเงินตอนต้นงวด - ค่ารายงวดชนิดรับซ้ำ - ค่ารายงวดชนิดจ่ายซ้ำ	4	4	-

11.เงินรายงวดแบบอื่นๆ (ต่อ) - ค่ารายงวดที่จ่ายเงินรายงวดบ่อยครั้งกว่าการคิดดอกเบี้ย - ค่ารายงวดที่คิดดอกเบี้ยบ่อยครั้งกว่าการจ่ายเงินรายงวด	4	4	-
12.อัตราผลตอบแทนจากการลงทุน - การคำนวณค่าเสื่อมราคา - การวิเคราะห์ผลตอบแทน - การวิเคราะห์งบประมาณการลงทุน	4	4	-
13.ตารางการไถ่ถอนและสะสม เงินทุนสำหรับการชำระหนี้ - การผ่อนชำระ - การสะสมเงินทุน	4	4	-
14.พันธบัตรและหลักทรัพย์ชนิดอื่นๆ - พันธบัตร - หุ้น	4	4	-
15.การประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาด้านการเงิน	4	4	-

2. หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน

หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุม	นัยสำคัญของหัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน	แนวทางชดเชย
-	-	-

3. ประสิทธิภาพของวิธีสอนที่ทำให้เกิดผลการเรียนรู้ตามที่ระบุในรายละเอียดของรายวิชา

ผลการเรียนรู้	วิธีสอนที่ระบุในรายละเอียดรายวิชา	ประสิทธิภาพ		ปัญหาของการใช้วิธีสอน (ถ้ามี) พร้อมข้อเสนอแนะในการแก้ไข
		มี	ไม่มี	
คุณธรรม จริยธรรม	1. สอดแทรกเรื่องของความซื่อสัตย์สุจริต ในกิจกรรมการเรียนการสอน 2. กำหนดให้มีกฎ ระเบียบ ข้อปฏิบัติ	✓		-

	ร่วมกันในการเรียนการสอน เรื่องการมีวินัย การตรงต่อเวลา 3. การอภิปราย			
ความรู้	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	✓		-
ทักษะทางปัญญา	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar)	✓		-
ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ	มอบหมายให้นักศึกษาทำงานเป็นกลุ่ม	✓		-
ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ	1. การบรรยาย 2. การอภิปราย 3. การสอนแบบสัมมนา (Seminar) 4. นำบทความวิจัยภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ	✓		-

4. ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุงวิธีสอน

-

หมวดที่ 3. สรุปผลการจัดการเรียนการสอนของรายวิชา

- จำนวนนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียน
16
- จำนวนนักศึกษาที่คงอยู่เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา
15
- จำนวนนักศึกษาที่ถอน (W)
1
- การกระจายของระดับคะแนน (เกรด)

ระดับคะแนน	จำนวน	คิดเป็นร้อยละ
A	4	25.00
B+	3	18.75

B	1	6.25
C+	1	6.25
C	5	31.25
D+	-	0.00
D	1	6.25
F	-	0.00
W	1	6.25
ไม่สมบูรณ์ (I)	-	0.00
ผ่าน (P,S)	-	0.00
ไม่ผ่าน (U)	-	0.00
AU	-	0.00

5. ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ (ถ้ามี)

-

6. ความคลาดเคลื่อนจากแผนการประเมินที่กำหนดไว้ในรายละเอียดรายวิชา

6.1 ความคลาดเคลื่อนด้านกำหนดเวลาการประเมิน

ความคลาดเคลื่อน	เหตุผล
-	-

6.2 ความคลาดเคลื่อนด้านวิธีการประเมินผลการเรียนรู้

ความคลาดเคลื่อน	เหตุผล
-	-

7. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา

ดำเนินการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร และทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยให้นักศึกษาประเมินตนเอง

หมวดที่ 4. ปัญหาและผลกระทบต่อการดำเนินการ

1. ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก

ปัญหาในการใช้แหล่งทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน (ถ้ามี)	ผลกระทบ
-	-

2. ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร

ปัญหาด้านการบริหารและองค์กร (ถ้ามี)	ผลกระทบต่อผลการเรียนรู้ของนักศึกษา
-	-

หมวดที่ 5. การประเมินรายวิชา

1. ผลการประเมินรายวิชาโดยนักศึกษา

1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

อ.ดร.นนธิยา มากะเด

ประเภท	Mean	SD
ประเมินตนเองของนักศึกษา	4.548	0.609
ประเมินอาจารย์ผู้สอน	4.643	0.511

อ.ดร.นนธิยา มากะเด

-

1.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1

-

2. ผลการประเมินรายวิชาโดยวิธีอื่น

2.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น

-

2.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 2.1

-

หมวดที่ 6. แผนการปรับปรุง

1. ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา

-

2. การดำเนินการอื่นๆ ในการปรับปรุงรายวิชา

มีการจัดการเรียนการสอนแบบ Active learning มีการนำบทความวิจัยมาใช้ประกอบการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักศึกษาได้เห็นหัวข้อที่น่าสนใจของรายวิชาในปัจจุบัน โดยนางงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ในบางหัวข้อ มีการนำโปรแกรมทางด้านคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้กับทางด้านการเงิน

3. ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป

ควรส่งเสริมการจัดการเรียนการสอนแบบ Active Learning การนำสื่อเทคโนโลยีในการจัดการเรียนการสอน การใช้ตำราภาษาอังกฤษในบางหัวข้อ ควรส่งเสริมการนำโปรแกรมทางคณิตศาสตร์มาประยุกต์ใช้ในรายวิชา

4. ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร

ควรปรับปรุงตามข้อเสนอแนะ

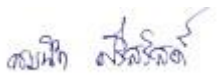
ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา :

ลงชื่อ 

(ดร.นณิยา มากะเต)

วันที่รายงาน 3 ธันวาคม 2563

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร :

ลงชื่อ 

(ผศ.สมนึก ศรีสวัสดิ์)

วันที่รายงาน 3 ธันวาคม 2563

Option Pricing for Jump in Volatility and Stochastic Intensity

Nonthiya Makate

Faculty of Science and Technology
Rajamangala University of Technology Thanyaburi
Pathum Thani, Thailand
e-mail : nonthiya_m@rmutt.ac.th

Wasana Thongkamhaeng and Amaraporn Sengpanit
Faculty of Science and Technology
Rajamangala University of Technology Thanyaburi
Pathum Thani, Thailand
e-mail : wasana_m@rmutt.ac.th, amaraporn_s@rmutt.ac.th

Abstract—An alternative option pricing model is proposed, in which the asset prices follow the jump-diffusion model with stochastic volatility and stochastic intensity. The stochastic volatility follows the jump-diffusion. We find a formulation for the European-style option in terms of characteristic functions. The closed-form formulae of pricing for option are derived.

Keywords— *Jump-diffusion model; Stochastic volatility; Intensity; Characteristic functions*

I. INTRODUCTION

All processes in this section will be defined in a probability space $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ with filtration $\mathcal{F} = (\mathcal{F}_t)_{0 \leq t \leq T}$. An asset price model with stochastic volatility has been defined by Heston [1] which has the following dynamics

$$\begin{aligned} dS_t &= S_t(\mu dt + \sqrt{v_t} dW_t^S), \\ dv_t &= \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t} dW_t^v, \end{aligned}$$

where S_t is the asset price, $\mu \in \mathfrak{R}$ is the rate of return of the asset, v_t is the volatility of asset returns, $\kappa > 0$ is a mean-reverting rate, $\theta \in \mathfrak{R}$ is the long term variance, $\sigma > 0$ is the volatility of volatility, W_t^S and W_t^v are standard Brownian motions corresponding to the processes S_t and v_t , respectively, with constant correlation ρ . In 1996, Bate [2] introduced the jump-diffusion by adding log normal jump Y_t to the Heston model. The model has the following form

$$dS_t = S_t(\mu dt + \sqrt{v_t} dW_t^S) + S_{t-} Y_t dN_t^S,$$

where N_t^S is the Poisson process which corresponds to the underlying asset S_t , Y_t is the jump size of asset price return with log normal distribution and S_{t-} means that there is a jump the value of the process before the jump is used on the left-hand side of the formula. M. Nonthiya et al. [3] extended Bate's work by adding jump in volatility. The model has the following equation

$$dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t} dW_t^v + Z_t dN_t^v.$$

Fang [4] studies the Bates model with a stochastic jump intensity rate. J. Huang et al. [5] considered the double exponential jump model with stochastic volatility and stochastic intensity. In this paper, we will find a formulation for a European call option where the above models satisfy stochastic intensity which has the following equation.

$$d\lambda_t = \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda\sqrt{\lambda_t} dW_t^\lambda.$$

where $\kappa_\lambda > 0$ is a mean-reverting rate of intensity, $\theta_\lambda \in \mathfrak{R}$ is the long term intensity, $\sigma_\lambda > 0$ is the volatility of intensity, a standard Brownian motions W_t^λ corresponding to the processes λ_t . The rest of the paper is organized as follows. In section 2, we briefly discuss the model descriptions for the option pricing. The relationship between stochastic differential equations and partial differential equations for the jump-diffusion process with jump stochastic volatility and stochastic intensity is presented in section 3. In section 4, a formula for a European call option in terms of characteristic functions is presented. The paper is concluded in Section 5.

II. MODEL DESCRIPTIONS

Assume a risk-neutral probability measure $\mathcal{M}$ exists. The asset price S_t under this measure follows a jump-diffusion process, v_t and λ_t have the following dynamics

$$dS_t = S_t((r - \lambda_t)m)dt + \sqrt{v_t} dW_t^S + S_{t-} Y_t dN_t^S \quad (1)$$

$$dv_t = \kappa(\theta - v_t)dt + \sigma\sqrt{v_t} dW_t^v + Z_t dN_t^v \quad (2)$$

$$d\lambda_t = \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda_t)dt + \sigma_\lambda\sqrt{\lambda_t} dW_t^\lambda \quad (3)$$

where r is the risk-free interest rate, N_t^S and N_t^v are independent Poisson processes with intensities λ_t and λ^v respectively. Y_t is the jump size of the asset price return with density $\phi_Y(y)$ and $E[Y_t] = m < \infty$ and Z_t is the jump size of the volatility with density $\phi_Z(z)$. Assume that the jump processes N_t^S and N_t^v are independent of standard Brownian motions W_t^S, W_t^v and W_t^λ . Brownian motions W_t^S, W_t^v independent of W_t^λ .

III. PARTIAL INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS

Consider the process $\bar{X}_t = (X_t^{(1)}, X_t^{(2)}, X_t^{(3)})$ where $X_t^{(1)}, X_t^{(2)}$ and $X_t^{(3)}$ are processes in $\mathfrak{R}$ and satisfy the following equations:

$$dX_t^{(1)} = f_1(X_t^{(1)}, X_t^{(2)}, X_t^{(3)}, t)dt + g_1(X_t^{(1)}, X_t^{(2)}, X_t^{(3)}, t)dW_t^{(1)}$$

$$+X_t^{(1)}Y_t dN_t^{(1)} \\ dX_t^{(2)} = f_2(X_t^{(1)}, X_t^{(2)}, X_t^{(3)}, t)dt + g_2(X_t^{(1)}, X_t^{(2)}, X_t^{(3)}, t)dW_t^{(2)} \\ +Z_t dN_t^{(2)}$$

$dX_t^{(3)} = f_3(X_t^{(1)}, X_t^{(2)}, X_t^{(3)}, t)dt + g_3(X_t^{(1)}, X_t^{(2)}, X_t^{(3)}, t)dW_t^{(3)}$ where f_1, f_2, f_3, g_1, g_2 and g_3 are all continuously differentiable, $W_t^{(1)}, W_t^{(2)}$ and $W_t^{(3)}$ are standard Brownian motions with $\text{Corr}[dW_t^{(1)}, dW_t^{(2)}] = \rho$, $N_t^{(1)}$ and $N_t^{(2)}$ are independent Poisson processes with constant intensities $\lambda^{(1)}$ and $\lambda^{(2)}$ respectively.

Since every compound Poisson process can be represented as an integral form of a Poisson random measure [4] then the last term on the right hand side of equations can be written as follows:

$$\int_0^t X_{s-}^{(1)} Y_s dN_s^{(1)} = \sum_{n=1}^{N_t^{(1)}} X_{s-}^{(1)} Y_n = \int_0^t \int_{\mathfrak{R}} X_{s-}^{(1)} q J_Q(ds dq), \\ \int_0^t Z_s dN_s^{(2)} = \sum_{n=1}^{N_t^{(2)}} Z_n = \int_0^t \int_{\mathfrak{R}} r J_R(ds dr)$$

where Y_n are i.i.d. random variables with density $\phi_Y(y)$ and J_Q is a Poisson random measure of the process $Q_t = \sum_{n=1}^{N_t^{(1)}} Y_n$ with intensity measure $\lambda^{(1)}\phi_Y(dq)dt$, Z_n are i.i.d. random variables with density $\phi_Z(z)$, and J_R is a Poisson random measure of the process $R_t = \sum_{n=1}^{N_t^{(2)}} Z_n$ with intensity measure $\lambda^{(2)}\phi_Z(dr)dt$.

Let $U(x_1, x_2, x_3)$ be a bounded real-valued function and twice continuously differentiable with respect to x_1, x_2 and x_3 and

$u(x_1, x_2, x_3, t) = E[U(X_t^{(1)}, X_t^{(2)}, X_t^{(3)}) | X_t^{(1)} = x_1, X_t^{(2)} = x_2, X_t^{(3)} = x_3]$ By Dynkin formula [5], u is a solution of the partial integro-differential equation (PIDE)

$$0 = \frac{\partial u(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial t} + \bar{\mathcal{A}}u(x_1, x_2, x_3, t) \\ + \lambda^{(1)} \int_{\mathfrak{R}} [u(x_1 + y, x_2, x_3, t) - u(x_1, x_2, x_3, t)] \phi_Y(y) dy \\ + \lambda^{(2)} \int_{\mathfrak{R}} [u(x_1, x_2 + z, x_3, t) - u(x_1, x_2, x_3, t)] \phi_Z(z) dz$$

subject to the final condition $u(x_1, x_2, x_3, T) = U(x_1, x_2, x_3)$.

The notation $\bar{\mathcal{A}}$ is defined by

$$\bar{\mathcal{A}}u(x_1, x_2, x_3, t) = f_1 \frac{\partial u(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial x_1} + f_2 \frac{\partial u(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial x_2} \\ + f_3 \frac{\partial u(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial x_3} + \rho g_1 g_2 \frac{\partial^2 u(x_1, x_2, t)}{\partial x_1 \partial x_2} \\ + \frac{1}{2} g_1^2 \frac{\partial^2 u(x_1, x_2, t)}{\partial x_1^2} + \frac{1}{2} g_2^2 \frac{\partial^2 u(x_1, x_2, t)}{\partial x_2^2}$$

$$+ \frac{1}{2} g_3^2 \frac{\partial^2 u(x_1, x_2, x_3, t)}{\partial x_3^2}$$

IV. A FORMULA FOR THE PRICE OF EUROPEAN CALL OPTION

Let C denote the price at time t of a European style call option on the current price of the underlying asset S_t with strike price K and expiration time T . The terminal payoff of a European call option on the underlying stock S_t with strike price K is $\max(S_T - K, 0)$. This means that the holder will exercise his right only if $S_T > K$ and then his gain is $S_T - K$. Otherwise, if $S_T \leq K$, then the holder will buy the underlying asset from the market and the value of the option is zero.

Assume the risk-free interest rate r is constant over the lifetime of the option, the price of the European call at time t is equal to the discounted conditional expected payoff

$$C(S_t, v_t, \lambda_t, t; K, T) \\ = e^{-r(T-t)} E_{\mathcal{M}}[\max(S_T - K, 0) | S_t, v_t, \lambda_t] \\ = e^{-r(T-t)} \left(\int_K^\infty S_T P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t) dS_T - K \int_K^\infty P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t) dS_T \right) \\ = S_t \left(\frac{1}{e^{r(T-t)} S_t} \int_K^\infty S_T P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t) dS_T \right) \\ - K e^{-r(T-t)} \int_K^\infty P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t) dS_T \\ = S_t \left(\frac{1}{E_{\mathcal{M}}[S_T | S_t, v_t, \lambda_t]} \int_K^\infty S_T P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t) dS_T \right) \\ - K e^{-r(T-t)} \int_K^\infty P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t) dS_T \\ = S_t P_1(S_t, v_t, \lambda_t, t; K, T) - K e^{-r(T-t)} P_2(S_t, v_t, \lambda_t, t; K, T) \quad (4)$$

where $E_{\mathcal{M}}$ is the expectation with respect to the risk-neutral probability measure, $P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t)$ is the corresponding conditional density given (S_t, v_t, λ_t) and

$$P_1(S_t, v_t, \lambda_t, t; K, T) = \frac{1}{E_{\mathcal{M}}[S_T | S_t, v_t, \lambda_t]} \int_K^\infty S_T P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t) dS_T$$

and

$$P_2(S_t, v_t, \lambda_t, t; K, T) = \int_K^\infty P_{\mathcal{M}}(S_T | S_t, v_t, \lambda_t) dS_T.$$

Assume that the asset price S_t , the volatility v_t and intensity λ_t satisfy (1), (2) and (3), respectively. We will compute the price of a European call option with strike price K and maturity T . We set $L_t = \ln S_t$, i.e., $S_t = e^{L_t}$. Denote $k = \ln K$ the logarithm of the strike price. By the jump-diffusion chain rule, $\ln S_t$ satisfies the SDE

$$d \ln S_t = (r - \lambda_t m - \frac{v_t}{2}) dt + \sqrt{v_t} dW_t^S + \ln(1 + Y_t) dN_t^S. \quad (5)$$

Applying Dynkin formula [5] for the price dynamics, we obtain the value of a European-style option, as a function of the stock log-return L_t denoted by

$$\begin{aligned}\tilde{C}(L_t, v_t, \lambda_t, t; k, T) &\equiv C(e^{L_t}, v_t, \lambda_t, t; e^k, T) \\ &= C(e^{\ln S_t}, v_t, \lambda_t, t; e^{\ln K}, T) \\ &= C(S_t, v_t, \lambda_t, t; K, T),\end{aligned}$$

i.e.,

$\tilde{C}(l, v, \lambda, t; k, T) = e^{-r(T-t)} E_{\mathcal{M}}[\max(e^{L_T} - K, 0) | L_t = l, v_t = v, \lambda_t = \lambda]$ and satisfies the following PIDE:

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\partial \tilde{C}}{\partial t} + \bar{\mathcal{A}}[\tilde{C}](l, v, \lambda, t; k, T) \\ &+ \lambda \int_{\mathbb{R}} [\tilde{C}(l + y, v, \lambda, t; k, T) - \tilde{C}(l, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Y(y) dy \\ &+ \lambda^v \int_{\mathbb{R}} [\tilde{C}(l + z, v, \lambda, t; k, T) - \tilde{C}(l, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Z(z) dz\end{aligned}\quad (6)$$

Here the operator $\bar{\mathcal{A}}$ is defined by

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{A}}[\tilde{C}](l, v, \lambda, t; k, T) &= (r - \lambda m - \frac{1}{2}v) \frac{\partial \tilde{C}}{\partial l} + \kappa(\theta - v) \frac{\partial \tilde{C}}{\partial v} \\ &+ \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda) \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \lambda} + \rho\sigma v \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial l \partial v} \\ &+ \frac{1}{2}v \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial l^2} + \frac{1}{2}\sigma^2 v \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial v^2} \\ &+ \frac{1}{2}\sigma_\lambda^2 \lambda \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial \lambda^2} - r\tilde{C}.\end{aligned}$$

The last line of (4) becomes

$$\tilde{C}(l, v, \lambda, t; k, T) = e^l \tilde{P}_1(l, v, \lambda, t; k, T) - e^{k-r(T-t)} \tilde{P}_2(l, v, \lambda, t; k, T) \quad (7)$$

where $\tilde{P}_j(l, v, \lambda, t; k, T) := P_j(e^l, v, \lambda, t; e^k, T)$, $j = 1, 2$.

The following lemma shows the relationship between $\tilde{P}_1$ and $\tilde{P}_2$ in the option value of (7).

Lemma 1. The functions $\tilde{P}_1$ and $\tilde{P}_2$ in the option value of (7) satisfy the following PIDEs

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial t} + \mathcal{A}[\tilde{P}_1](l, v, \lambda, t; k, T) + v \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial l} + \rho\sigma v \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial v} + (r - \lambda^s m) \tilde{P}_1 \\ &+ \lambda \int_{\mathbb{R}} [(e^y - 1) \tilde{P}_1(l + y, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Y(y) dy\end{aligned}$$

and subject to the boundary condition at expiration time $t = T$;

$$\tilde{P}_1(l, v, \lambda, T; k, T) = 1_{l > k}. \quad (8)$$

$\tilde{P}_2$ satisfies the equation

$$0 = \frac{\partial \tilde{P}_2}{\partial t} + \mathcal{A}[\tilde{P}_2](l, v, \lambda, t; k, T) + r\tilde{P}_2,$$

and subject to the boundary condition at expiration time $t = T$;

$$\tilde{P}_2(l, v, \lambda, T; k, T) = 1_{l > k}, \quad (9)$$

The operator $\mathcal{A}$ is defined by

$$\begin{aligned}\mathcal{A}[f](l, v, \lambda, t; k, T) &:= (r - \lambda m - \frac{1}{2}v) \frac{\partial f}{\partial l} + \kappa(\theta - v) \frac{\partial f}{\partial v} + \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda) \frac{\partial f}{\partial \lambda} + \frac{1}{2}v \frac{\partial^2 f}{\partial l^2} \\ &+ \rho\sigma v \frac{\partial^2 f}{\partial l \partial v} + \frac{1}{2}\sigma^2 v \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} + \frac{1}{2}\sigma_\lambda^2 \lambda \frac{\partial^2 f}{\partial \lambda^2} - rf \\ &+ \lambda \int_{\mathbb{R}} [f(l + y, v, \lambda, t; k, T) - f(l, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Y(y) dy \\ &+ \lambda^v \int_{\mathbb{R}} [f(l + z, v, \lambda, t; k, T) - f(l, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Z(z) dz.\end{aligned}\quad (10)$$

Proof. We substitute (7) into (6) and separate it by assumed independent terms of $\tilde{P}_1$ and $\tilde{P}_2$. This gives two PIDEs for the risk-neutralized probability for $\tilde{P}_j(l, v, \lambda, t; k, T)$, $j = 1, 2$:

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial t} + \left(r - \lambda^s m - \frac{1}{2}v\right) \left(\frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial l} + \tilde{P}_1\right) \\ &+ \kappa(\theta - v) \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial v} + \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda) \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial \lambda} + \frac{1}{2}v \left(\frac{\partial^2 \tilde{P}_1}{\partial l^2} + 2 \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial l} + \tilde{P}_1\right) \\ &+ \rho\sigma v \left(\frac{\partial^2 \tilde{P}_1}{\partial l \partial v} + \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial v}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2 v \frac{\partial^2 \tilde{P}_1}{\partial v^2} + \frac{1}{2}\sigma_\lambda^2 \lambda \frac{\partial^2 \tilde{P}_1}{\partial \lambda^2} - r\tilde{P}_1 \\ &+ \lambda \int_{\mathbb{R}} [(e^y - 1) \tilde{P}_1(l + y, v, \lambda, t; k, T) + \tilde{P}_1(l + y, v, \lambda, t; k, T) \\ &- \tilde{P}_1(l, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Y(y) dy \\ &+ \lambda^v \int_{\mathbb{R}} [\tilde{P}_1(l + z, v, \lambda, t; k, T) - \tilde{P}_1(l, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Z(z) dz\end{aligned}\quad (11)$$

subject to the boundary condition at the expiration time $t = T$ according to (8). By using the notation in (10), PIDE (11) becomes

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial t} + \mathcal{A}[\tilde{P}_1](l, v, \lambda, t; k, T) + v \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial l} + \rho\sigma v \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial v} + (r - \lambda^s m) \tilde{P}_1 \\ &+ \lambda \int_{\mathbb{R}} [(e^y - 1) \tilde{P}_1(l + y, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Y(y) dy \\ &:= \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial t} + \mathcal{A}_1[\tilde{P}_1](l, v, \lambda, t; k, T).\end{aligned}$$

For $\tilde{P}_2(l, v, \lambda, t; k, T)$:

$$\begin{aligned}0 &= \frac{\partial \tilde{P}_2}{\partial t} + r\tilde{P}_2 + \left(r - \lambda m - \frac{1}{2}v\right) \frac{\partial \tilde{P}_2}{\partial l} + \kappa(\theta - v) \frac{\partial \tilde{P}_2}{\partial v} + \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda) \frac{\partial \tilde{P}_2}{\partial \lambda} \\ &+ \frac{1}{2}v \frac{\partial^2 \tilde{P}_2}{\partial l^2} + \rho\sigma v \frac{\partial^2 \tilde{P}_2}{\partial l \partial v} + \frac{1}{2}\sigma^2 v \frac{\partial^2 \tilde{P}_2}{\partial v^2} + \frac{1}{2}\sigma_\lambda^2 \lambda \frac{\partial^2 \tilde{P}_2}{\partial \lambda^2} - r\tilde{P}_2 \\ &+ \lambda \int_{\mathbb{R}} [\tilde{P}_2(l + y, v, \lambda, t; k, T) - \tilde{P}_2(l, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Y(y) dy \\ &+ \lambda^v \int_{\mathbb{R}} [\tilde{P}_2(l + z, v, \lambda, t; k, T) - \tilde{P}_2(l, v, \lambda, t; k, T)] \phi_Z(z) dz\end{aligned}\quad (12)$$

subject to the boundary condition at the expiration time $t = T$ according to (9). Again, by using the notation in (10), PIDE (12) becomes

$$0 = \frac{\partial \tilde{P}_2}{\partial t} + \mathcal{A}[\tilde{P}_2](l, v, \lambda, t; k, T) + r\tilde{P}_2$$

$$:= \frac{\partial \tilde{P}_2}{\partial t} + \mathcal{A}_2[\tilde{P}_2](l, v, \lambda, t; k, T).$$

The proof is now completed.

For $j = 1, 2$ the characteristic functions for $\tilde{P}_j(l, v, \lambda, t; k, T)$, with respect to the variable k are defined by

$$f_j(l, v, \lambda, t; x, T) := - \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixk} d\tilde{P}_j(l, v, \lambda, t; k, T),$$

with a minus sign to account for the negativity of the measure $d\tilde{P}_j$. Note that f_j also satisfies similar PIDEs

$$\frac{\partial f_j}{\partial t} + \mathcal{A}_j[f_j](l, v, \lambda, t; k, T) = 0, \quad (13)$$

with the respective boundary conditions

$$f_j(l, v, \lambda, T; x, T) = - \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixk} d\tilde{P}_j(l, v, \lambda, T; k, T) = e^{ixl}$$

The following lemma shows how to calculate the functions $\tilde{P}_1$ and $\tilde{P}_2$ as they appeared in Lemma 1.

Lemma 2. The functions $\tilde{P}_1$ and $\tilde{P}_2$ can be calculated by the inverse Fourier transforms of the characteristic function, i.e.,

$$\tilde{P}_j(l, v, \lambda, t; k, T) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \text{Re} \left[\frac{e^{-ixk} f_j(l, v, \lambda, t; x, T)}{ix} \right] dx,$$

for $j = 1, 2$ with $\text{Re}[\cdot]$ denoting the real part of a complex number.

(i) The characteristic function f_1 is given by

$$f_1(l, v, \lambda, t; x, t + \tau) = \exp(g_1(\tau) + v h_1(\tau) + \lambda w_1(\tau) + ixl),$$

where

$$\begin{aligned} h_1(\tau) &= \frac{(\eta_1^2 - \Delta_1^2)(e^{\Delta_1 \tau} - 1)}{\sigma^2(\eta_1 + \Delta_1 - (\eta_1 - \Delta_1)e^{\Delta_1 \tau})} \\ g_1(\tau) &= rix\tau - \left(\frac{\kappa\theta}{\sigma^2} + \frac{\kappa_\lambda\theta_\lambda}{\sigma_\lambda^2} \right) \\ &\quad \times \left(2 \ln \left(1 - \frac{(\Delta_1 + \eta_1)(1 - e^{-\Delta_1 \tau})}{2\Delta_1} \right) + (\Delta_1 + \eta_1)\tau \right) \\ &\quad + \lambda^v \tau \int_{-\infty}^{\infty} (e^{zh_1(\tau)} - 1) \phi_Z(z) dz \end{aligned}$$

$$w_1(\tau) = \frac{(\kappa_\lambda^2 - \xi_1^2)(e^{\xi_1 \tau} - 1)}{\sigma_\lambda^2(-\kappa_\lambda + \xi_1 - (\kappa_\lambda - \xi_1)e^{\xi_1 \tau})} + \tau \int_{-\infty}^{\infty} (e^{(ix+1)y} - 1) \phi_Y(y) dy$$

$$\eta_1 = \rho\sigma(ix+1) - \kappa, \quad \Delta_1 = \sqrt{\eta_1^2 - \sigma^2 ix(ix+1)}$$

$$\xi_1 = \sqrt{\kappa_\lambda^2 - 2\sigma_\lambda^2 m(ix-1)} \quad \text{and} \quad \tau = T - t.$$

(ii) The characteristic function f_2 is given by

$$f_2(l, v, \lambda, t; x, t + \tau) = \exp(g_2(\tau) + v h_2(\tau) + \lambda w_2(\tau) + ixl + r\tau),$$

where

$$h_2(\tau) = \frac{(\eta_2^2 - \Delta_2^2)(e^{\Delta_2 \tau} - 1)}{\sigma^2(\eta_2 + \Delta_2 - (\eta_2 - \Delta_2)e^{\Delta_2 \tau})},$$

$$g_2(\tau) = rix\tau + \lambda^v \tau \int_{-\infty}^{\infty} (e^{zh_2(\tau)} - 1) \phi_Z(z) dz$$

$$w_2(\tau) = \frac{(\kappa_\lambda^2 - \xi_2^2)(e^{\xi_2 \tau} - 1)}{\sigma_\lambda^2(-\kappa_\lambda + \xi_2 - (\kappa_\lambda - \xi_2)e^{\xi_2 \tau})} + \tau \int_{-\infty}^{\infty} (e^{(ix+1)y} - 1) \phi_Y(y) dy$$

$$\eta_2 = i\rho\sigma x - \kappa, \quad \Delta_2 = \sqrt{\eta_2^2 - \sigma^2 ix(ix-1)}$$

$$\xi_2 = \sqrt{\kappa_\lambda^2 - 2\sigma_\lambda^2 m(ix+1)} \quad \text{and} \quad \tau = T - t.$$

Proof. (i) To solve for the characteristic function explicitly, letting $\tau = T - t$ be the time-to-go, we conjecture that the function f_1 is given by

$$f_1(l, v, \lambda, t; x, t + \tau) = \exp(g_1(\tau) + v h_1(\tau) + \lambda w_1(\tau) + ixl) \quad (14)$$

and the boundary condition

$$g_1(0) = w_1(0) = h_1(0) = 0.$$

This conjecture exploits the linearity of the coefficient in PIDE (13). Substituting (14) into (13) and after canceling the common factor of f_1 , we get a simplified form as follows:

$$\begin{aligned} 0 &= -g_1'(\tau) - v h_1'(\tau) - \lambda w_1'(\tau) + (r - \lambda m + \frac{1}{2}v)ix \\ &\quad + (\kappa(\theta - v) + \rho\sigma v)h_1(\tau) + \kappa_\lambda(\theta_\lambda - \lambda)w_1(\tau) - \frac{1}{2}vx^2 \\ &\quad + \rho\sigma vixh_1(\tau) + \frac{1}{2}\sigma^2 v h_1^2(\tau) + \frac{1}{2}\sigma_\lambda^2 \lambda w_1^2(\tau) - \lambda m \\ &\quad + \lambda \int_{\Re} (e^{(ix+1)y} - 1) \phi_Y(y) dy + \lambda^v \int_{\Re} (e^{zh_1(\tau)} - 1) \phi_Z(z) dz. \end{aligned}$$

By separating the order v, λ and ordering the remaining terms, we can reduce it to ordinary differential equations

$$h_1'(\tau) = \frac{1}{2}\sigma^2 h_1^2(\tau) + (\rho\sigma(1+ix) - \kappa)h_1(\tau) + \frac{1}{2}ix - \frac{1}{2}x^2 \quad (15)$$

$$\begin{aligned} g_1'(\tau) &= \kappa\theta h_1(\tau) + rix + \kappa_\lambda\theta_\lambda w_1(\tau) \\ &\quad + \lambda^v \int_{-\infty}^{\infty} (e^{zh_1(\tau)} - 1) \phi_Z(z) dz \end{aligned} \quad (16)$$

$$w_1'(\tau) = m(xi - 1) - \kappa_\lambda w_1(\tau) + \frac{1}{2}\sigma_\lambda^2 w_1^2(\tau) + \int_{-\infty}^{\infty} (e^{(ix+1)y} - 1) \phi_Y(y) dy \quad (17)$$

Let $\eta_1 = \rho\sigma(ix+1) - \kappa$ and substitute it into (15). We get

$$\begin{aligned} h_1'(\tau) &= \frac{1}{2}\sigma^2 (h_1^2 + \frac{2\eta_1}{\sigma^2} h_1 + \frac{1}{\sigma^2} ix(ix+1)) \\ &= \frac{1}{2}\sigma^2 \left(h_1 + \frac{2\eta_1 + \sqrt{4\eta_1^2 - 4\sigma^2 ix(ix+1)}}{2\sigma^2} \right) \\ &\quad \times \left(h_1 + \frac{2\eta_1 - \sqrt{4\eta_1^2 - 4\sigma^2 ix(ix+1)}}{2\sigma^2} \right) \\ &= \frac{1}{2}\sigma^2 \left(h_1 + \frac{\eta_1 + \Delta_1}{\sigma^2} \right) \left(h_1 + \frac{\eta_1 - \Delta_1}{\sigma^2} \right), \end{aligned}$$

$$\text{where } \Delta_1 = \sqrt{\eta_1^2 - \sigma^2 ix(ix+1)}.$$

By the method of variable separation, we have

$$\frac{2dh_1}{\left(h_1 + \frac{\eta_1 + \Delta_1}{\sigma^2}\right)\left(h_1 + \frac{\eta_1 - \Delta_1}{\sigma^2}\right)} = \sigma^2 d\tau.$$

Using partial fractions, we get

$$\frac{1}{\Delta_1} \left(\frac{1}{h_1 + \frac{\eta_1 - \Delta_1}{\sigma^2}} - \frac{1}{h_1 + \frac{\eta_1 + \Delta_1}{\sigma^2}} \right) dh_1 = d\tau.$$

Integrating both sides, we obtain

$$\ln \left(\frac{h_1 + \frac{\eta_1 - \Delta_1}{\sigma^2}}{h_1 + \frac{\eta_1 + \Delta_1}{\sigma^2}} \right) = \Delta_1 \tau + C.$$

Using boundary condition $h_1(\tau = 0) = 0$, we get

$$C = \ln \left(\frac{\eta_1 - \Delta_1}{\eta_1 + \Delta_1} \right).$$

Solving for h_1 , we obtain

$$h_1(\tau) = \frac{(\eta_1^2 - \Delta_1^2)(e^{\Delta_1 \tau} - 1)}{\sigma^2(\eta_1 + \Delta_1 - (\eta_1 - \Delta_1)e^{\Delta_1 \tau})}.$$

Similarly to $w_1(\tau)$, we have $w_1(\tau)$ as in lemma. In order to solve $g_1(\tau)$ explicitly, we substitute $h_1(\tau)$ and $w_1(\tau)$ into (16) and integrate with respect to τ on both sides. Then we get

$$g_1(\tau) = rx\tau - \left(\frac{\kappa\theta}{\sigma^2} + \frac{\kappa_\lambda\theta_\lambda}{\sigma_\lambda^2} \right) \left(2 \ln \left(1 - \frac{(\Delta_1 + \eta_1)(1 - e^{-\Delta_1 \tau})}{2\Delta_1} \right) + (\Delta_1 + \eta_1)\tau \right) + \lambda^\nu \tau \int_{-\infty}^{\infty} (e^{zh_1(\tau)} - 1) \phi_z(z) dz.$$

(ii). The details of the proof are similar to case (i). Hence, we have

$$f_2(l, \nu, \lambda, t, x, t + \tau) = \exp(g_2(\tau) + \nu h_2(\tau) + \lambda w_2(\tau) + ixl + r\tau).$$

where $g_2(\tau)$, $h_2(\tau)$, $w_2(\tau)$, η_2, Δ_2 and ξ_2 are as given in the Lemma.

The following theorem gives a valuation formula for a European call option under the asset prices follow the jump-

diffusion model with jump in stochastic volatility and stochastic intensity.

Theorem 3. The value of a European call option of (4) is

$$\tilde{C}(l, \nu, \lambda, t, k, T) = e^l \tilde{P}_1(l, \nu, \lambda, t, k, T) - e^{k-r(T-t)} \tilde{P}_2(l, \nu, \lambda, t, k, T)$$

where $\tilde{P}_1$ and $\tilde{P}_2$ are given in Lemma 2.

V. CONCLUSION

In this paper we investigate the asset prices follow the jump-diffusion model with jump in stochastic volatility and stochastic intensity. We obtain the closed-form of the pricing formulae for option.

Acknowledgment

This research is (partially) supported by Rajamangala University of Technology Thanyaburi.

References

- [1] S.L. Heston, "A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options," The Review of Financial Studies, Vol. 6, No 2, 1993, pp. 327-343.
- [2] D.S. Bates, "Jump and Stochastic Volatility: Exchange Rate Processes Implicit in Deutsche Mark in Options," Review of Financial studies, Vol. 9, No. 1, 1996, pp. 69-107.
- [3] M. Nonthiya and S. Pairote, "Stochastic Volatility Jump-Diffusion Model for Option Pricing," Journal of Mathematical Finance, Vol. 1, No. 3, 2011, pp 90-97.
- [4] H. Fang, "Option pricing implications of a stochastic jump rate," University of Virginia, 2000.
- [5] J. Huang, W. Zhu and X. Ruan, "Option pricing using the fast Fourier transform under the double exponential jump model with stochastic volatility and stochastic intensity," Journal of Computational and Applied Mathematics, Vol 263, 2014, pp152-159.
- [6] R. Cont and P. Tankov, "Financial Modelling with Jump Processes," Chapman & Hall/CRC Financial Mathematics Series, 2004.
- [7] F.B. Hanson, "Applied Stochastic Processes and Control for Jump-Diffusions: Modeling, Analysis and Computation," Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2007.

รายละเอียดของรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

- รหัสและชื่อรายวิชา
09111152 แคลคูลัส 2
Calculus 2
- จำนวนหน่วยกิต
3 (3-0-6) จำนวนหน่วยกิต (บรรยาย-ปฏิบัติ-ศึกษาด้วยตนเอง)
- หลักสูตรและประเภทของรายวิชา
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หมวดวิชาเฉพาะ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (ปี 2559)
- อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน
อ.ดร.วรรณภา ศรีปราชญ์
- ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน
ภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษาที่ 2563
- รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)
09111151 แคลคูลัส 1 จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)
- รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)
C0911111 การคำนวณตามหลักคณิตศาสตร์ จำนวนหน่วยกิต 0 (0-0-0)
- สถานที่เรียน
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี /เรียนออนไลน์ผ่าน MS-Teams
- วันที่จัดทำหรือปรับปรุงรายละเอียดของรายวิชาครั้งล่าสุด
24 พฤศจิกายน 2563

หมวดที่2. จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

- จุดมุ่งหมายของรายวิชา
เพื่อให้ นักศึกษามีความรู้ในเรื่อง ฟังก์ชันหลายตัวแปร ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันหลายตัวแปร อนุพันธ์ย่อย และการประยุกต์ อนุกรมอนันต์ ตลอดจนสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้

2. วัตถุประสงค์ในการพัฒนา/ปรับปรุงรายวิชา

เพื่อปรับปรุงรูปแบบการสอนโดยมีการส่งเสริมให้นักศึกษานำ Computer Algebra System มาช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในบางหัวข้อ เพื่อให้นักศึกษามีความเข้าใจบทเรียนมากยิ่งขึ้น และ มีการนำงานวิจัยของอาจารย์ผู้สอนมาเป็นกรณีศึกษา ในบางหัวข้อ เพื่อให้ นักศึกษาได้เห็นแนวทางในการนำความรู้ในรายวิชาไปใช้ มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ประกอบการสอนในบางหัวข้อ

หมวดที่3. ลักษณะและการดำเนินการ

1. คำอธิบายรายวิชา

ฟังก์ชันหลายตัวแปร ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันหลายตัวแปร อนุพันธ์ย่อยและการประยุกต์ อนุกรมอนันต์

Functions of several variables,limits and continuity of function of several variables,partial derivatives and applications, infinities series

2. จำนวนชั่วโมงที่ใช้ต่อภาคการศึกษา

บรรยาย	การฝึกปฏิบัติ/การฝึกงาน	การศึกษาด้วยตนเอง	สอนเสริม
45 ชั่วโมง	ไม่มี	90 ชั่วโมง	ตามความต้องการของนักศึกษา

3. จำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่อาจารย์ให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

2 ชั่วโมง โดยระบุวันและเวลา แจ้งให้นักศึกษาทราบในชั่วโมงแรกของการสอน

หมวดที่4. การพัฒนาการเรียนรู้ของนักศึกษา

1 คุณธรรม จริยธรรม

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	1. ผู้สอนประพฤติตนเป็นแบบอย่างที่ดี 2. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติ ร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษา มีคุณธรรม จริยธรรม ด้านมีวินัย ซื่อสัตย์ สุจริต และตรงต่อเวลา	-
●	2.มีระเบียบวินัย	1. ผู้สอนประพฤติตนเป็นแบบอย่างที่ดี 2. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติ ร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษา มีคุณธรรม จริยธรรม ด้านมีวินัย ซื่อสัตย์ สุจริต และตรงต่อเวลา	1. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการ ร่วมกิจกรรม การปฏิบัติตามกฎระเบียบ และข้อปฏิบัติต่าง ๆอย่างต่อเนื่อง
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็น ของผู้อื่น	ฝึกให้นักศึกษาเคารพสิทธิและรับฟังความ คิดเห็นของผู้อื่นในการทำงานร่วมกัน	-

2 ความรู้

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
-------	---------------	--------------------	--------------------------

●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	ใช้การสอนในหลากหลายรูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การบรรยายอภิปราย การนำเสนอ ผลงาน การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นต้น	1.การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี 2. ประเมินผลงานจากงานที่ได้รับมอบหมาย
●	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	ใช้การสอนในหลากหลายรูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การบรรยายอภิปราย การนำเสนอ ผลงาน การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นต้น	1.การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี 2. ประเมินผลงานจากงานที่ได้รับมอบหมาย

3 ทักษะทางปัญญา

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิดการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์ หรือแก้ปัญหา	1. ใช้การสอบข้อเขียน 2. ประเมินจากการนำเสนอรายงาน และผลงาน
○	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิดการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์ หรือแก้ปัญหา	-

4 ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการทำงานเป็นกลุ่มที่ต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกการเป็นผู้นำ และการเป็นสมาชิกที่ดี	-
○	2.มีความรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	ปลูกฝังให้นักศึกษามีความรับผิดชอบต่อตนเอง องค์กร และสังคม รวมทั้งปลูกฝังในเรื่องพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	-

5 ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการ	1. จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการ	ประเมินผลจากผลงานของนักศึกษาที่ได้รับมอบหมาย

	แก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	มอบหมายงานให้นักศึกษาค้นคว้า ทำงานเดี่ยวและงานกลุ่ม	
○	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	2. ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษา ทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศ ในการสื่อสาร การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอน	-
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	2. ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษา ทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศ ในการสื่อสาร การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอน	-
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	2. ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษา ทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศ ในการสื่อสาร การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอน	-

หมวดที่5. แผนการสอนและการประเมินผล

1. แผนการสอน

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	จำนวนชั่วโมง		กิจกรรมการเรียนรู้ การสอน สื่อที่ใช้ (ถ้ามี)	ผู้สอน
		ทฤษฎี	ปฏิบัติ		
1	ฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร ลิมิต และความต่อเนื่องของฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning - นำระบบคอมพิวเตอร์พีซีชนิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรืออื่นๆ	อาจารย์ประจำสาขา
2	ฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร ลิมิต และความต่อเนื่องของฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร (ต่อ)	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning - นำระบบคอมพิวเตอร์พีซีชนิดมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรืออื่นๆ	อาจารย์ประจำสาขา
3	อนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning	อาจารย์ประจำสาขา

				- นำระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิตมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรืออื่นๆ	
4	กฎลูกโซ่ การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning - นำระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิตมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรืออื่นๆ	อาจารย์ประจำสาขาฯ
5	อนุพันธ์ระดับทิศทาง เวกเตอร์เกรเดียนต์	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรืออื่นๆ	
6	ค่าสุดขีดของฟังก์ชันของหลายตัวแปร	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรืออื่นๆ	
7	ตัวคูณลากรองจ์	3	0	- ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรืออื่นๆ	
8	สอบกลางภาค	3	0	สอบกลางภาค	
9	อนุกรมอนันต์	3	0	ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นำงานวิจัยของอาจารย์มาเป็นกรณีศึกษา) สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรืออื่นๆ	
10	อนุกรมเรขาคณิต	3	0	ใช้รูปแบบการสอน Active Learning	

				Thinking Based Learning สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรือ อื่นๆ	
11	การทดสอบการรู้จำของลำดับ	3	0	ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นํานงานวิจัยของอาจารย์มา เป็นกรณีศึกษา) สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรือ อื่นๆ	
12	การทดสอบโดยการ เปรียบเทียบ / ใช้ลิมิตเปรียบเทียบ	3	0	ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning Case Study (นํานงานวิจัยของอาจารย์มา เป็นกรณีศึกษา) สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรือ อื่นๆ	
13	Root test / Ratio test	3	0	ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรือ อื่นๆ	
14	อนุกรมสลับ/ การรู้เข้าแบบสัมบูรณ์	3	0	ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรือ อื่นๆ	
15	อนุกรมกำลัง รัศมีและช่วงการรู้เข้า	3	0	ใช้รูปแบบการสอน Active Learning Thinking Based Learning สื่อการสอน เอกสารประกอบการเรียนการสอน หรือ อื่นๆ	

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้

1. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านคุณธรรม จริยธรรม

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	-	-	0

●	2.มีระเบียบวินัย	1. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการร่วมกิจกรรม การปฏิบัติตามกฎระเบียบและข้อปฏิบัติต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง	ทุกสัปดาห์	10
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	-	-	0

2. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	1.การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี 2. ประเมินผลงานจากงานที่ได้รับมอบหมาย	4,8,17	35
●	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	1.การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี 2. ประเมินผลงานจากงานที่ได้รับมอบหมาย	4,8,17	35

3. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะทางปัญญา

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	1. ใ้การสอบข้อเขียน 2. ประเมินจากการนำเสนอรายงานและผลงาน	4,8,17	10
○	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	-	-	0

4. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	-	-	0
○	2.มีความรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	-	-	0

5. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
---	---------------	----------------	-------------------	-------------------

●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	ประเมินผลจากผลงานของนักศึกษาที่ได้รับมอบหมาย	ทุกสัปดาห์	10
○	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	-	-	0
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	-	-	0
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	-	-	0

หมวดที่6. ทฤษฎีการประกอบการเรียนการสอน

1. เอกสารและตำราหลัก

เอกสารประกอบการสอน วิชา แคลคูลัส 2

2. เอกสารและข้อมูลสำคัญ

Anton, H. CALCULUS. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1995.

3. เอกสารและข้อมูลแนะนำ

Bartle, R.G., Sherbert, D.R. Introduction to Real Analysis . New York: John Wiley and Sons, Inc., 1982.

Calculus I Book, The. (2007). Retrieved April 10, 2010, from Calculus on The Web website: <http://cow.temple.edu/~cow/cgi-bin/manager>

หมวดที่7. การประเมินและปรับปรุงการดำเนินการของรายวิชา

1. กลยุทธ์การประเมินประสิทธิผลของรายวิชาโดยนักศึกษา

ประเมินจากแบบประเมินผู้สอนผ่านระบบสารสนเทศของสำนักส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน

2. กลยุทธ์การประเมินการสอน

ในการเก็บข้อมูลเพื่อประเมินการสอน ได้มีกลยุทธ์ ดังนี้

1. การสังเกตการณ์สอนของผู้ร่วมทีมการสอน
2. ผลการเรียนรู้ของนักศึกษา
3. งานที่นักศึกษาได้รับมอบหมาย

4. การทวนสอบผลประเมินการเรียนรู้
5. การประเมินการจัดการเรียนการสอนของผู้เรียน

3. การปรับปรุงการสอน

ปรับปรุงรูปแบบการสอนโดยมีการส่งเสริมให้นักศึกษานำ Computer Algebra System มาช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในบางหัวข้อ เพื่อให้นักศึกษาที่มีความเข้าใจบทเรียนมากยิ่งขึ้น และ มีการนำงานวิจัยของอาจารย์ผู้สอนมาเป็นกรณีศึกษา ในบางหัวข้อ เพื่อให้ นักศึกษาได้เห็นแนวทางในการนำความรู้ในรายวิชาไปใช้ มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ประกอบการสอนในบางหัวข้อ

4. การทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา

ดำเนินการทวนสอบโดยคณะกรรมการทวนสอบของหลักสูตร และโดยการประเมินตนเองของนักศึกษา

5. การดำเนินการทบทวนและการวางแผนปรับปรุงประสิทธิผลของรายวิชา

จากผลการประเมิน และทวนสอบผลสัมฤทธิ์ประสิทธิผลรายวิชา ได้มีการวางแผนการปรับปรุงการสอน และ รายละเอียดรายวิชา เพื่อให้เกิดคุณภาพมากขึ้นดังนี้

ปรับปรุงรูปแบบการสอนโดยมีการส่งเสริมให้นักศึกษานำ Computer Algebra System มาช่วยในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในบางหัวข้อ เพื่อให้นักศึกษาที่มีความเข้าใจบทเรียนมากยิ่งขึ้น และ มีการนำงานวิจัยของอาจารย์ผู้สอนมาเป็นกรณีศึกษา ในบางหัวข้อ เพื่อให้ นักศึกษาได้เห็นแนวทางในการนำความรู้ในรายวิชาไปใช้ มีการนำตำราภาษาอังกฤษมาใช้ประกอบการสอนในบางหัวข้อ

รายงานผลการดำเนินการของรายวิชา (มคอ.5) สรุป

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณะวิศวกรรมศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา

09111152 แคลคูลัส 2

Calculus 2

2. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)

09111151 แคลคูลัส 1 จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)

3. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)

C0911111 การคำนวณตามหลักคณิตศาสตร์ จำนวนหน่วยกิต 0 (0-0-0)

4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา อ.ดร.วรรณมา ศรีปราชญ์

อาจารย์ผู้สอน กลุ่มที่สอน

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พงศกร สุนทรายุทธ์ กลุ่มที่สอน 1

5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

2/2563

6. สถานที่เรียน

กลุ่มที่สอน 1 ห้อง 6000 อาคาร อาคารเรียนรวมและปฏิบัติการ (ตึกสีเขียว 13 ชั้น) / สอนออนไลน์ผ่าน MS-Teams

หมวดที่2. การจัดการเรียนการสอนที่เปรียบเทียบกับแผนการสอน

1. รายงานชั่วโมงการสอนจริงเทียบกับแผนการสอน

หัวข้อ	จำนวนชั่วโมงตามแผนการสอน	จำนวนชั่วโมงที่สอนได้จริง	ระบุสาเหตุที่สอนจริงต่างจากแผนการสอนหากมีความแตกต่าง เกิน 25%
1.ฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-

2.ฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร จำกัดและความต่อเนื่องของฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร (ต่อ)	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
3.อนุพันธ์ย่อยของฟังก์ชันค่าจริงของหลายตัวแปร	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
4.กฎลูกโซ่ การหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันโดยปริยาย	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
5.อนุพันธ์ระดับทิศทาง เวกเตอร์เกรเดียนต์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
6.ค่าสุดขีดของฟังก์ชันของหลายตัวแปร	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
7.ตัวคูณลากรองจ์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
8.สอบกลางภาค	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
9.อนุกรมอนันต์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
10.อนุกรมเรขาคณิต	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
11.การทดสอบการลู่ออกของลำดับ	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
12.การทดสอบโดยการเปรียบเทียบ / ใช้ ลิมิตเปรียบเทียบ	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
13.Root test / Ratio test	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
14.อนุกรมสลับ/ การลู่เข้าแบบสัมบูรณ์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
15.อนุกรมกำลัง รัศมีและช่วงการลู่เข้า	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-

2. หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน

กลุ่มที่สอน	หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุม	นัยสำคัญของหัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน	แนวทางชดเชย
1	-	-	-

3. ประสิทธิภาพของวิธีสอนที่ทำให้เกิดผลการเรียนรู้ตามที่ระบุในรายละเอียดของรายวิชา

ผลการเรียนรู้	วิธีสอนที่ระบุในรายละเอียดรายวิชา	ประสิทธิภาพ	ปัญหาของการใช้วิธีสอน (ถ้ามี) พร้อมข้อเสนอแนะในการแก้ไข
คุณธรรม จริยธรรม	1. ผู้สอนประพฤติตนเป็นแบบอย่างที่ดี 2. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษามีคุณธรรม จริยธรรม ด้านมีวินัย ซื่อสัตย์สุจริต และตรงต่อ	มี กลุ่มที่ 1	-

	เวลา 1. ผู้สอนประพาดิตนเป็นแบบอย่างที่ดี 2. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษามีคุณธรรม จริยธรรม ด้านวินัย ซื่อสัตย์สุจริต และตรงต่อเวลา ฝึกให้นักศึกษาเคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่นในการทำงานร่วมกัน		
ความรู้	ใช้การสอนในหลากหลายรูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การบรรยาย อภิปราย การนำเสนอผลงาน การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นต้น ใช้การสอนในหลากหลายรูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การบรรยายอภิปราย การนำเสนอผลงาน การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นต้น	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะทางปัญญา	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิดความคิด วิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิด การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ	จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการทำงานเป็นกลุ่มที่ต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกการเป็นผู้นำ และการเป็นสมาชิกที่ดี ปลูกฝังให้นักศึกษามีความรับผิดชอบต่อตนเอง องค์กร และสังคม รวมทั้งปลูกฝังในเรื่องพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ	1. จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการมอบหมายงานให้นักศึกษาค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม 2. ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษา ทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสาร การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอน 2. ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษา ทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสาร การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอน 2. ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะใน	มี กลุ่มที่ 1	-

	การใช้ภาษา ทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศ ในการสื่อสาร การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล โดยสอดคล้องกับการจัดการเรียนการสอน		
--	--	--	--

4. ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุงวิธีการสอน

กลุ่มที่สอน	ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุง
1	-

หมวดที่3. สรุปผลการจัดการเรียนการสอนของรายวิชา

1. จำนวนนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียน

49

2. จำนวนนักศึกษาที่คงอยู่เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา

49

3. จำนวนนักศึกษาที่ถอน (W)

0

4. การกระจายของระดับคะแนน (เกรด)

ระดับคะแนน	จำนวน	คิดเป็นร้อยละ
A	1	2.04
B+	2	4.08
B	5	10.20
C+	11	22.45
C	14	28.57
D+	10	20.41
D	5	10.20
F	1	2.04
W	-	0.00
ไม่สมบูรณ์ (I)	-	0.00
ผ่าน (P,S)	-	0.00
ไม่ผ่าน (U)	-	0.00
AU	-	0.00

5. ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ (ถ้ามี)

กลุ่มที่สอน	ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ
1	-

6. ความคลาดเคลื่อนจากแผนการประเมินที่กำหนดไว้ในรายละเอียดรายวิชา

6.1 ความคลาดเคลื่อนด้านกำหนดเวลาประเมิน

-

7. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา

กลุ่มที่สอน	การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา
1	ภาคเรียนนี้ไม่มีการดำเนินการทวนสอบรายวิชา

หมวดที่4. ปัญหาและผลกระทบต่อการดำเนินการ

1. ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก

กลุ่มที่สอน	ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก	ผลกระทบ
1	-	-

2. ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร

กลุ่มที่สอน	ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร	ผลกระทบต่อผลการเรียนรู้ของนักศึกษา
1	-	-

หมวดที่5. การประเมินรายวิชา

1. ผลการประเมินรายวิชาโดยนักศึกษา

1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พงศกร สุนทรายุทธ์

ประเภท	Mean	SD
ประเมินตนเองของนักศึกษา	4.132	0.767
ประเมินอาจารย์ผู้สอน	4.282	0.757

1.1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

1.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1

กลุ่มที่ สอน	ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1
1	-

2. ผลการประเมินรายวิชาโดยวิธีอื่น

2.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น

กลุ่มที่ สอน	ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น
1	-

2.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 2.1

กลุ่มที่ สอน	รายละเอียด
1	-

หมวดที่6. แผนการปรับปรุง

1. ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา

กลุ่มที่ สอน	ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา
1	มีการนำระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิต (Computer Algebra Systems) Wolfram Alpha (https://www.wolframalpha.com) มาใช้ประกอบการสอน เพื่อให้นักศึกษาได้เรียนรู้ถึงความก้าวหน้าของเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำมาใช้ประโยชน์สำหรับการศึกษาในรายวิชา

2. การดำเนินการอื่นๆ ในการปรับปรุงรายวิชา

กลุ่มที่ สอน	การดำเนินการอื่นๆ ในการปรับปรุงรายวิชา
1	- มีการนำระบบคอมพิวเตอร์พีชคณิต (Computer Algebra Systems) Wolfram Alpha (https://www.wolframalpha.com) มาใช้ประกอบการสอน เพื่อให้นักศึกษาได้เรียนรู้ถึงความก้าวหน้าของเทคโนโลยีทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำมาใช้ประโยชน์สำหรับการศึกษาในรายวิชา - มีการนำงานวิจัยของอาจารย์ เรื่อง “The generalized viscosity explicit rules for solving variational inclusion problems in Banach spaces” มาเป็นกรณีศึกษา

3. ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป

กลุ่มที่ สอน	ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป
1	-

4. ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร

กลุ่มที่ สอน	ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร
1	-

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา :

ลงชื่อ 

(อ.ดร.วรรณ ศรีปราษฎ์)

วันที่รายงาน 20 เมษายน 2564

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร :

ลงชื่อ 

(ผศ.สมนึก ศรีสวัสดิ์)

วันที่รายงาน 20 เมษายน 2564

Some new (s,t)-Pell and (s,t)-Pell-Lucas identities by matrix methods

Somnuk Srisawat¹ and Wanna Sriprad²
 Department of Mathematics and computer science,
 Faculty of Science and Technology,
 Rajamangala University of Technology Thanyaburi,
 Pathum Thani 12110, Thailand
 somnuk_s@rmutt.ac.th¹ and wanna_sriprad@rmutt.ac.th²

Abstract— In this paper, we characterize the 2×2 matrices X which satisfy the relation $X^2 = 2sX + tI$, where s and t are any real numbers with $s^2 + t > 0$, $s > 0$ and $t \neq 0$ and we obtain some new identities concerning with (s, t) -Pell and (s, t) -Pell-Lucas numbers.

Keywords—Pell-numbers; Pell-Lucas number; (s, t) -Pell number; (s, t) -Pell-Lucas numbers; Matrix methods.

I. INTRODUCTION

Let s and t be any real number with $s^2 + t > 0$, $s > 0$ and $t \neq 0$. The (s, t) -Pell sequences $\{P_n(s, t)\}_{n \geq 1}$ is defined by the recurrence relation

$$P_n(s, t) = 2sP_{n-1}(s, t) + tP_{n-2}(s, t), \text{ for all } n \geq 2, \quad (I.1)$$

with initial conditions $P_0(s, t) = 0$ and $P_1(s, t) = 1$. In particular,

if $s = \frac{1}{2}$ and $t = 1$, then the classical Fibonacci sequence is obtained, and if $s = t = 1$, then the classical Pell sequence is obtained. The first few terms of $\{P_n(s, t)\}$ are $0, 1, 2s, 4s^2 + t, 8s^3 + 4t$ and so on. The terms of this sequence are called (s, t) -Pell numbers and we denoted the n^{th} (s, t) -Pell numbers by $P_n(s, t)$. The Binet's formula for the n^{th} (s, t) -Pell numbers [2] is given by

$$P_n(s, t) = \frac{\alpha^n - \beta^n}{\alpha - \beta} \text{ for all } n \in \mathbb{Z}, \quad (I.2)$$

where $\alpha = s + \sqrt{s^2 + t}$ and $\beta = s - \sqrt{s^2 + t}$ are the roots of the characteristic equation $x^2 = 2sx + t$. We note that $\alpha + \beta = 2s$, $\alpha - \beta = 2\sqrt{s^2 + t}$ and $\alpha\beta = -t$.

Also, (s, t) -Pell-Lucas sequences $\{Q_n(s, t)\}_{n \geq 1}$ is defined by

$$Q_n(s, t) = 2sQ_{n-1}(s, t) + tQ_{n-2}(s, t) \text{ for all } n \geq 2, \quad (I.3)$$

with initial conditions $Q_0(s, t) = 2$ and $Q_1(s, t) = 2s$. In

particular, if $s = \frac{1}{2}$ and $t = 1$, then the classical Lucas sequence is obtained, and if $s = t = 1$, then the classical Pell-Lucas sequence is obtained. The first few terms of $\{Q_n(s, t)\}$ are $2, 2s, 4s^2 + 2t, 8s^3 + 6st$ and so on. The terms of this sequence are called (s, t) -Pell-Lucas numbers and we denoted the n^{th} (s, t) -Pell-Lucas numbers by $Q_n(s, t)$. It can be seen that $Q_n(s, t) = 2sP_n(s, t) + 2tP_{n-1}(s, t)$ and $Q_n(s, t) = P_{n+1}(s, t) + 2tP_{n-1}(s, t)$ for all $n \in \mathbb{Z}$. The Binet's formula for the n^{th} (s, t) -Pell-Lucas numbers [2] is given by

$$Q_n(s, t) = \alpha^n + \beta^n \text{ for all } n \in \mathbb{Z}, \quad (I.4)$$

where α and β are the roots of the characteristic equation which are given in (I.2). Recently, many identities for (s, t) -Pell and (s, t) -Pell-Lucas numbers have been studied and proved in the different ways such as induction, using Binet's formula and using matrix methods (see [1-4]).

In this paper, we will establish some identities for (s, t) -Pell and (s, t) -Pell-Lucas numbers by using matrix method. Firstly, we characterize all the 2×2 matrices X which satisfying the relation $X^2 = 2sX + tI$. After that we establish some new identities for (s, t) -Pell and (s, t) -Pell-Lucas numbers by using this property. Throughout this paper, for convenience we will use the symbol P_n and Q_n instead of $P_n(s, t)$ and $Q_n(s, t)$ respectively.

II. MAIN RESULTS

In this section, we first characterize all the 2×2 matrices X which satisfying the relation $X^2 = 2sX + tI$ and then by using this property, we obtain some new identities for (s, t)-Pell and (s, t)-Pell-Lucas numbers. We begin this section with the following Lemma which is given in [2].

Lemma 2.1 [2] *If X is a square matrix with $X^2 = 2sX + tI$, then $X^n = P_n X + tP_{n-1}I$ for all $n \in \mathbb{Z}$.*

In the following theorem, we characterize the 2×2 matrices X which satisfying the relation $X^2 = 2sX + tI$.

Theorem 2.2 *Let X be arbitrary 2×2 matrix. Then $X^2 = 2sX + tI$, if and only if X is of the form*

$$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 2s-a \end{bmatrix}, \text{ with } \det(X) = -t$$

or $X = \lambda I$, where $\lambda \in \{\alpha, \beta\}$.

Proof. Assume that $X^2 = 2sX + tI$. Then the minimum polynomial of X must divides $x^2 - 2sx - t$. Therefore, it must be $x - \alpha$ or $x - \beta$ or $x^2 - 2sx - t$. In the first case $X = \alpha I$, in the second case $X = \beta I$, and in the third case, since X is 2×2 matrix, its characteristic polynomial must be $x^2 - 2sx - t$, so its trace is $2s$ and its determinant is $-t$. The argument reverses. $\square$

From Theorem 2.2 and Lemma 2.1, we get the following three corollaries.

Corollary 2.3 *If $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 2s-a \end{bmatrix}$, is a matrix with $\det(X) = -t$, then*

$$X^n = \begin{bmatrix} aP_n + tP_{n-1} & bP_n \\ cP_n & P_{n+1} - aP_n \end{bmatrix} \text{ for all } n \in \mathbb{Z}.$$

Proof. By Theorem 2.2, we have $X^2 = 2sX + tI$. Then the result follows from Lemma 2.1. $\square$

Corollary 2.4 *Let $A = \begin{bmatrix} 2s & t \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, then*

$$A^n = \begin{bmatrix} P_{n+1} & tP_n \\ P_n & tP_{n-1} \end{bmatrix} \text{ for all } n \in \mathbb{Z}.$$

Proof. The result follows from Theorem 2.2 and Lemma 2.1. $\square$

Corollary 2.5 [2] *Let $W = \begin{bmatrix} s & 2(s^2 + t) \\ \frac{1}{2} & s \end{bmatrix}$. Then*

$$W^n = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}Q_n & 2(s^2 + t)P_n \\ \frac{1}{2}P_n & \frac{1}{2}Q_n \end{bmatrix} \text{ for all } n \in \mathbb{Z}.$$

Proof. By Theorem 2.2, we have $W^2 = 2sW + tI$. Then the result follows from Lemma 2.1 and the identities $Q_n = 2sP_n + 2tP_{n-1}$. $\square$

Let us consider the following lemma, which will be needed for the results in this section.

Lemma 2.6 *Let $A = \begin{bmatrix} 2s & t \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2s & 2t \\ 2 & -2s \end{bmatrix}$, then*

$$A^n B = B A^n = \begin{bmatrix} Q_{n+1} & tQ_n \\ Q_n & tQ_{n-1} \end{bmatrix} \text{ for all } n \in \mathbb{Z} \text{ and } B^2 = 4(s^2 + t)I.$$

Proof. From Corollary 2.4, $A^n = \begin{bmatrix} P_{n+1} & tP_n \\ P_n & tP_{n-1} \end{bmatrix}$. It is clear that

$$A^n B = B A^n = \begin{bmatrix} Q_{n+1} & tQ_n \\ Q_n & tQ_{n-1} \end{bmatrix} \text{ and } B^2 = 4(s^2 + t)I. \quad \square$$

Theorem 2.7 *Let $m, k \in \mathbb{Z}$ with $m \neq 0$ and $m \neq 1$. Then for all $n \in \mathbb{N}$, we have*

$$(i) P_{mn+k} = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} t^{n-r} P_m^r P_{m-1}^{n-r} P_{r+k},$$

$$(ii) Q_{mn+k} = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} t^{n-r} P_m^r P_{m-1}^{n-r} Q_{r+k}.$$

Proof. Note that

$$\begin{aligned} W^{mn+k} &= (W^m)^n W^k = (P_m W + tP_{m-1}I)^n W^k \\ &= \left(\sum_{r=0}^n \binom{n}{r} t^{n-r} P_m^r P_{m-1}^{n-r} W^r \right) W^k \\ &= \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} t^{n-r} P_m^r P_{m-1}^{n-r} W^{r+k}. \end{aligned}$$

Then the results follow from Corollary 2.5. $\square$

Theorem 2.8 *Let $m, k \in \mathbb{Z}$ with $m \neq 0$ and $m \neq 1$. Then for all $n \in \mathbb{N}$, we have*

$$\begin{aligned}
(i) \quad (4s^2 + 4t)^n P_{2mn+k} &= \sum_{r=0}^{2n} \binom{2n}{r} t^{2n-r} Q_m^r Q_{m-1}^{2n-r} P_{r+k}, \\
(ii) \quad (4s^2 + 4t)^n Q_{2mn+k} &= \sum_{r=0}^{2n} \binom{2n}{r} t^{2n-r} Q_m^r Q_{m-1}^{2n-r} Q_{r+k}, \\
(iii) \quad (4s^2 + 4t)^{n+1} P_{(2n+1)m+k} &= \sum_{r=0}^{2n+1} \binom{2n+1}{r} t^{2n+1-r} Q_m^r Q_{m-1}^{2n+1-r} Q_{r+k}, \\
(iv) \quad (4s^2 + 4t)^n Q_{(2n+1)m+k} &= \sum_{r=0}^{2n+1} \binom{2n+1}{r} t^{2n+1-r} Q_m^r Q_{m-1}^{2n+1-r} P_{r+k}.
\end{aligned}$$

Proof. From Lemma 2.6, we have

$$BA^m = \begin{bmatrix} Q_{m+1} & tQ_m \\ Q_m & tQ_{m-1} \end{bmatrix} \text{ and } B^2 = 4(s^2 + t)I.$$

Then we get that

$$\begin{aligned}
(BA^m)^{2n} A^k &= \begin{bmatrix} Q_{m+1} & tQ_m \\ Q_m & tQ_{m-1} \end{bmatrix}^{2n} A^k \\
&= (Q_m A + tQ_{m-1})^{2n} A^k \\
&= \sum_{r=0}^{2n} \binom{2n}{r} t^{2n-r} Q_m^r Q_{m-1}^{2n-r} A^{r+k}.
\end{aligned}$$

Since $(BA^m)^{2n} A^k = (B^2)^n A^{2mn} A^k = (4s^2 + 4t)^n A^{2mn+k}$, the identities (i) and (ii) are obtained. The identities (iii) and (iv) are proved in a similar way. $\square$

Theorem 2.9 Let $n \in \mathbb{N}$ and $m, k \in \mathbb{Z}$ with $m \neq 0$. Then

$$\begin{aligned}
(i) \quad 2^n Q_{mn+k} &= \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2r} (4s^2 + 4t)^r P_m^{2r} Q_m^{n-2r} Q_k \\
&\quad + \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n}{2r+1} (4s^2 + 4t)^{r+1} P_m^{2r+1} Q_m^{n-2r-1} P_k, \\
(ii) \quad 2^n P_{mn+k} &= \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2r} (4s^2 + 4t)^r P_m^{2r} Q_m^{n-2r} P_k \\
&\quad + \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n}{2r+1} (4s^2 + 4t)^r P_m^{2r+1} Q_m^{n-2r-1} Q_k.
\end{aligned}$$

Proof. Let $H = W + tW^{-1}$, we have

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 4(s^2 + t) \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \text{ Then } H^2 = (4s^2 + 4t)I,$$

$$H^{2r} = (4s^2 + 4t)^r I \text{ and } H^{2r+1} = (4s^2 + 4t)^r H.$$

$$\text{Thus } W^m = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}Q_m & 2(s^2 + t)P_m \\ \frac{1}{2}P_m & \frac{1}{2}Q_m \end{bmatrix} = \frac{1}{2}(P_m H + Q_m I),$$

and therefore

$$\begin{aligned}
W^{mn} &= (W^m)^n = \frac{1}{2^n} (P_m H + Q_m I)^n \\
&= \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} P_m^r Q_m^{n-r} H^r \\
&= \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2r} P_m^{2r} Q_m^{n-2r} H^{2r} \\
&\quad + \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n}{2r+1} P_m^{2r+1} Q_m^{n-2r-1} H^{2r+1},
\end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2r} P_m^{2r} Q_m^{n-2r} H^{2r} &+ \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n}{2r+1} P_m^{2r+1} Q_m^{n-2r-1} H^{2r+1} \\
&= \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2r} P_m^{2r} Q_m^{n-2r} (4s^2 + 4t)^r I \\
&\quad + \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n}{2r+1} P_m^{2r+1} Q_m^{n-2r-1} (4s^2 + 4t)^r H.
\end{aligned}$$

Thus,

$$\begin{aligned}
W^{mn} &= \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2r} P_m^{2r} Q_m^{n-2r} (4s^2 + 4t)^r I \\
&\quad + \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n}{2r+1} P_m^{2r+1} Q_m^{n-2r-1} (4s^2 + 4t)^r H. \quad (\text{II.1})
\end{aligned}$$

Multiplying each side of (II.1) by W^k , we get

$$\begin{aligned}
W^{mn+k} &= \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2r} (4s^2 + 4t)^r P_m^{2r} Q_m^{n-2r} W^k \\
&\quad + \frac{1}{2^n} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n}{2r+1} (4s^2 + 4t)^r P_m^{2r+1} Q_m^{n-2r-1} H W^k.
\end{aligned}$$

Since

$$W^{mn+k} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}Q_{mn+k} & 2(s^2 + t)P_{mn+k} \\ \frac{1}{2}P_{mn+k} & \frac{1}{2}Q_{mn+k} \end{bmatrix}$$

and

$$H W^k = \begin{bmatrix} 2(s^2 + t)P_k & 2(s^2 + t)Q_k \\ \frac{1}{2}Q_k & 2(s^2 + t)P_k \end{bmatrix},$$

we obtain the result. $\square$

Theorem 2.10 Let $m, n \in \mathbb{Z}$. Then

- (i) $P_{n+1}P_{n-1} - P_n^2 = -(-t)^{n-1}$,
- (ii) $Q_{n+1}Q_{n-1} - Q_n^2 = 4(s^2 + t)(-t)^{n-1}$,
- (iii) $Q_{m+n} = Q_{m+1}P_n + tQ_mP_{n-1}$,
- (iv) $(-t)^n Q_{m-n} = P_{m+1}Q_n - P_mQ_{n+1}$,
- (v) $P_{m+n} = P_mP_{n+1} + tP_{m-1}P_n$,
- (vi) $(-t)^n P_{m-n} = P_mP_{n+1} - P_{m+1}P_n$.

Proof. Since $\det(A^n) = (\det(A))^n$ and $\det(BA^n) = \det(B)(\det(A))^n$, the identities (i) and (ii) are obtained. Next, Since $BA^{m+n} = (BA^m)A^n$ and $BA^{m-n} = B(A^m A^{-n}) = A^m(BA^{-n})$, the identities (iii) and (iv) follow from Lemma 2.6. Also, the identities (v) and (vi) are proved in the same fashion as above by using Corollary 2.4 and the properties $A^{m+n} = A^m A^n$ and $A^{m-n} = A^m A^{-n}$, and therefore the proof is completed. $\square$

Theorem 2.11 Let $n \in \mathbb{N}$ and $m, k \in \mathbb{Z}$ with $(-t)^m - Q_m \neq -1$. Then

- (i) $Q_k Q_{m+n+k} = Q_{m+k}Q_{n+k} + 4(s^2 + t)(-t)^k P_m P_n$,
- (ii) $Q_k Q_{m+n-k} = 4(s^2 + t)P_m P_n + (-t)^k Q_{m-k}Q_{n-k}$,
- (iii) $Q_k P_{m+n} = P_n Q_{m+k} + (-t)^k P_m Q_{n-k}$.

Proof. Let $a = \frac{Q_{k+1}}{Q_k}$ and $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 2s-a \end{bmatrix}$ with $\det(X) = -t$.

Then by Corollary 2.3, we get

$$X^n = \begin{bmatrix} aP_n + tP_{n-1} & bP_n \\ cP_n & P_{n+1} - aP_n \end{bmatrix} = \frac{1}{Q_k} \begin{bmatrix} Q_{k+1}P_n + tQ_kP_{n-1} & bQ_kP_n \\ cQ_kP_n & Q_kP_{n+1} - Q_{k+1}P_n \end{bmatrix}.$$

By Lemma 2.10 (iii) and (iv), we have

$$X^n = \frac{1}{Q_k} \begin{bmatrix} Q_{n+k} & bQ_kP_n \\ cQ_kP_n & (-t)^k Q_{n-k} \end{bmatrix}.$$

Since $\det(X) = -t$ and $a = \frac{Q_{k+1}}{Q_k}$, it follows that

$$bc = \frac{Q_{k+2}Q_k - Q_{k+1}^2}{Q_k^2} = \frac{4(s^2 + t)(-t)^k}{Q_k^2}, \text{ by Lemma 2.10 (ii).}$$

If we consider the matrix multiplication $X^{m+n} = X^m X^n$, then we get the result. $\square$

Theorem 2.12 Let $n \in \mathbb{N}$ and $m, k \in \mathbb{Z}$ with $(-t)^m - Q_m \neq -1$.

Then

- (i) $P_k P_{m+n+k} = P_{m+k}P_{n+k} - (-t)^k P_m P_n$,
- (ii) $P_k P_{m+n-k} = P_m P_n - (-t)^k P_{m-k}P_{n-k}$,
- (iii) $P_k P_{m+n} = P_n P_{m+k} - (-t)^k P_m P_{n-k}$.

Proof. Let $a = \frac{P_{k+1}}{P_k}$ and $X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 2s-a \end{bmatrix}$ with $\det(X) = -t$.

Then by Corollary 2.3, we get

$$X^n = \begin{bmatrix} aP_n + tP_{n-1} & bP_n \\ cP_n & P_{n+1} - aP_n \end{bmatrix} = \frac{1}{P_k} \begin{bmatrix} P_{k+1}P_n + tP_kP_{n-1} & bP_kP_n \\ cP_kP_n & P_kP_{n+1} - P_{k+1}P_n \end{bmatrix}.$$

By Lemma 2.10 (v) and (vi), we have

$$X^n = \frac{1}{P_k} \begin{bmatrix} P_{k+1} & bP_kP_n \\ cP_kP_n & -(-t)^k P_{n-k} \end{bmatrix}.$$

Since $\det(X) = -t$ and $a = \frac{P_{k+1}}{P_k}$, it follows that

$$bc = \frac{P_{k+2}P_k - P_{k+1}^2}{P_k^2} = \frac{-(-t)^k}{P_k^2}, \text{ by Lemma 2.10 (i).}$$

If we consider the matrix multiplication $X^{m+n} = X^m X^n$, then we get the result. $\square$

IV ACKNOWLEDGEMENTS

The authors would like to thank the faculty of science and technology, Rajamangala University of Technology Thanyaburi for the financial support.

REFERENCES

- [1] H.H. Gulec and N. Taskara, "On the (s, t)-Pell and (s, t)-Pell-Lucas sequences and their matrix representations", Applied Mathematics Letter 25, pp.1554-1559, 2012.
- [2] S. Srisawat, W. Sriprad "On the (s, t)-Pell and (s, t)-Pell-Lucas Numbers by Matrix Methods", Annales Mathematicae et Informaticae 46, pp.195-204, 2016.
- [3] S. Srisawat, W. Sriprad, "Some identities for (s, t)-Pell and (s, t)-Pell-Lucas numbers and its application to Diophantine equations", SNRU Journal of Science and Technology 9(1), pp.424-431, 2017.
- [4] S. Srisawat, W. Sriprad, "On Some Identities and Generating Functions for (s, t)-Pell and (s, t)-Pell-Lucas Numbers", Science and Technology RMUTT Journal, In press.

รายละเอียดของรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา
- 09113306 พีชคณิตนามธรรม 1
- Abstract Algebra 1
2. จำนวนหน่วยกิต
- 3 (3-0-6) จำนวนหน่วยกิต (บรรยาย-ปฏิบัติ-ศึกษาด้วยตนเอง)
3. หลักสูตรและประเภทของรายวิชา
- วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หมวดวิชาเฉพาะ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (ปี 2559)
4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน
- นายปริญญาวัฒน์ ชูสุวรรณ
5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน
- ภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษาที่ 2563
6. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)
- 09113201 หลักคณิตศาสตร์ จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)
7. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)
- ไม่มี
8. สถานที่เรียน
- คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี และการเรียนการสอนออนไลน์
9. วันที่จัดทำหรือปรับปรุงรายละเอียดของรายวิชาครั้งล่าสุด
- 4 พฤศจิกายน 2563

หมวดที่2. จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

1. จุดมุ่งหมายของรายวิชา
- เพื่อให้นักศึกษามีความรู้ความเข้าใจในเรื่องของ ความสัมพันธ์ สมมูล การดำเนินการทวิภาค กรุป กรุปย่อย กรุปวัฏจักร กรุปย่อยปกติ และกรุปผลหาร สาทิสสัณฐานของกรุปและทฤษฎีบทกรุปสมสัณฐาน ริง อินทิกรัลโดเมน ฟิลด์
2. วัตถุประสงค์ในการพัฒนา/ปรับปรุงรายวิชา
- มีการเพิ่มการประยุกต์ใช้วิชาพีชคณิตนามธรรมในชีวิตประจำวัน

หมวดที่3. ลักษณะและการดำเนินการ

1. คำอธิบายรายวิชา

ความสัมพันธ์สมมูล การดำเนินการทวิภาค กรุป กรุปย่อย กรุปวัฏจักร กรุปย่อยปรกติและกรุปผลหาร สาทิสัณฐานของกรุปและทฤษฎีบทกรุปสมสัณฐาน ริง อินทิกรัลโดเมน ฟีลด์

Equivalence relation, binary operations, groups, subgroups, cyclic groups, normal subgroups and quotient groups, group homomorphisms and group isomorphism theorems, rings, integral domains, fields

2. จำนวนชั่วโมงที่ใช้ต่อภาคการศึกษา

-

บรรยาย	การฝึกปฏิบัติ/การฝึกงาน	การศึกษาด้วยตนเอง	สอนเสริม
45 ชั่วโมง	ไม่มี	90 ชั่วโมง	ตามความต้องการของนักศึกษา

3. จำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่อาจารย์ให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

1. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาประกาศเวลาให้คำปรึกษารวมทั้งช่องทางในการให้คำปรึกษาผ่านทางประมวลความรู้รายวิชา
2. อาจารย์ผู้สอนจัดเวลาให้คำปรึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มไม่น้อยกว่า 1 ชั่วโมงต่อสัปดาห์
3. ให้คำปรึกษาผ่านทาง โทรศัพท์ Facebook , Line หรือช่องทางอื่นๆ

หมวดที่4. การพัฒนาการเรียนรู้ของนักศึกษา

1 คุณธรรม จริยธรรม

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	สอดแทรกความซื่อสัตย์ต่อตนเอง และสังคม	-
●	2.มีระเบียบวินัย	1. ให้ความสำคัญในวินัย การตรงต่อเวลา การส่งงานภายในเวลาที่กำหนด 2. เน้นเรื่องการแต่งกายและปฏิบัติตนที่เหมาะสม ถูกต้อง ตามระเบียบข้อบังคับของมหาวิทยาลัย	1. การขานชื่อ การให้คะแนน การเข้าชั้นเรียนและการส่งงานตรงเวลา 2. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการปฏิบัติตามกฎระเบียบและข้อบังคับต่างๆอย่างต่อเนื่อง

2 ความรู้

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	1. ใช้การสอนหลายรูปแบบ โดยเน้นหลักทางทฤษฎีและการปฏิบัติ เพื่อให้เกิดองค์ความรู้ 2. มอบหมายงาน	1. ประเมินจากแบบทดสอบ 2. พิจารณาจากงานที่มอบหมาย

●	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	1. ใช้การสอนหลายรูปแบบ โดยเน้นหลักทางทฤษฎีและการปฏิบัติ เพื่อให้ เกิดองค์ความรู้ 2. มอบหมายงาน	1. ประเมินจากแบบทดสอบ 2. พิจารณาจากงานที่มอบหมาย
---	--	--	---

3 ทักษะทางปัญญา

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	บรรยาย อภิปราย	1. ประเมินจากการตอบคำถาม /การนำเสนอ แบบฝึกหัดหน้าชั้นเรียน 2.ประเมินจากแบบทดสอบ
○	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	ส่งเสริมการเรียนรู้จากการแก้ปัญหา (Problem Based Instruction)	-

4 ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	1. กำหนดการทำงานกลุ่มโดยให้หมุนเวียนการเป็นผู้นำและผู้รายงาน 2. ให้คำแนะนำในการเข้าร่วมกิจกรรมสโมสร กิจกรรมของมหาวิทยาลัยฯ 3. ให้ความสำคัญในการแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบและการให้ความร่วมมือ 4. มอบหมายงานให้สัมภาษณ์บุคคลต่าง ๆ	-

5 ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	1. ส่งเสริมให้เห็น ความสำคัญ และฝึกให้มีการตัดสินใจบนฐานข้อมูลและข้อมูลเชิงตัวเลข 2. มอบหมายงานค้นคว้าองค์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆและให้นักศึกษา	-

		นำเสนอหน้าชั้น 3. การใช้ศักยภาพทางคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศในการนำเสนอผลงานที่ได้รับมอบหมาย 4. ฝึกการนำเสนอผลงานโดยเน้นความสำคัญของการใช้ภาษา และบุคลิกภาพ	
○	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพพร้อมทั้งการเลือกรูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	1. ส่งเสริมให้เห็นความสำคัญ และฝึกให้มีการตัดสินใจบนฐานข้อมูลและข้อมูลเชิงตัวเลข 2. มอบหมายงานค้นคว้าองค์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆและให้นักศึกษา นำเสนอหน้าชั้น 3. การใช้ศักยภาพทางคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศในการนำเสนอผลงานที่ได้รับมอบหมาย 4. ฝึกการนำเสนอผลงานโดยเน้นความสำคัญของการใช้ภาษา และบุคลิกภาพ	-
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	1. ส่งเสริมให้เห็นความสำคัญ และฝึกให้มีการตัดสินใจบนฐานข้อมูลและข้อมูลเชิงตัวเลข 2. มอบหมายงานค้นคว้าองค์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆและให้นักศึกษา นำเสนอหน้าชั้น 3. การใช้ศักยภาพทางคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศในการนำเสนอผลงานที่ได้รับมอบหมาย 4. ฝึกการนำเสนอผลงานโดยเน้นความสำคัญของการใช้ภาษา และบุคลิกภาพ	-
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล	1. ส่งเสริมให้เห็นความสำคัญ และฝึกให้มีการ	-

	ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และ เหมาะสมกับสถานการณ์	ตัดสินใจบนฐานข้อมูลและข้อมูลเชิงตัวเลข 2. มอบหมายงานค้นคว้าองค์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆและให้นักศึกษา นำเสนอหน้าชั้น 3. การใช้ศักยภาพทางคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศในการนำเสนอผลงานที่ได้รับมอบหมาย 4. ฝึกการนำเสนอผลงานโดยเน้นความสำคัญของการใช้ภาษา และบุคลิกภาพ	
--	--	---	--

หมวดที่5. แผนการสอนและการประเมินผล

1. แผนการสอน

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	จำนวนชั่วโมง		กิจกรรมการเรียนรู้ การสอน สื่อที่ใช้ (ถ้ามี)	ผู้สอน
		จำนวน ชั่วโมง ทฤษฎี	จำนวน ชั่วโมง ปฏิบัติ		
1	บทที่ 1 ความรู้พื้นฐาน	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ นำเสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการ สอน ใช้สื่อ e-learning	
2	บทที่ 2 การดำเนินการทวิภาค	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ นำเสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการ สอน ใช้สื่อ e-learning	
3	บทที่ 3 กรุป	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ นำเสนอหน้า ชั้นเรียน	

				สื่อการเรียนการสอน ใช้สื่อ e-learning	
4	บทที่ 3 กรุป (ต่อ)	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการสอน ใช้สื่อ e-learning	
5	บทที่ 4 กรุปย่อย	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการสอน ใช้สื่อ e-learning	
6	บทที่ 5 กรุปวิจักร	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการสอน ใช้สื่อ e-learning	
7	บทที่ 6 โคเซต กรุปย่อยปกติ และ กรุปผลหาร	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการสอน ใช้สื่อ e-learning	
8	บทที่ 6 โคเซต กรุปย่อยปกติ และ กรุปผลหาร (ต่อ)	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการสอน	

				สอน ใช้สื่อ e-learning	
9	บทที่ 7 สาทิสสัณฐานของกรุปและ ทฤษฎีบทสมสัณฐานของกรุป	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการ สอน ใช้สื่อ e-learning	
10	บทที่ 7 สาทิสสัณฐานของกรุปและ ทฤษฎีบทสมสัณฐานของ กรุป (ต่อ)	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการ สอน ใช้สื่อ e-learning	
11	บทที่ 8 กรุปสมมาตรและทฤษฎี บทของเคย์เลย์	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการ สอน ใช้สื่อ e-learning	
12	บทที่ 8 กรุปสมมาตรและทฤษฎี บทของเคย์เลย์ (ต่อ)	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการ สอน ใช้สื่อ e-learning	
13	บทที่ 9 การประยุกต์พีชคณิต นามธรรมในทฤษฎีรหัสเชิง พีชคณิต	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ ทำงานกลุ่ม และ ให้ เสนอหน้า ชั้นเรียน สื่อการเรียนการ สอน ใช้สื่อ e-learning	

14	บทที่ 10 รিং อินทิกรัลโดเมน และฟิลด์	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ทำงานกลุ่ม และให้นำเสนอหน้าชั้นเรียน สื่อการเรียนการสอน ใช้สื่อ e-learning - นำบทความเรื่อง Self-Dual Linear Codes over $F_q + uF_q + u^2F_q$ and Their Applications in the Study of Quasi-Abelian Codes มาเป็นกรณีศึกษา	
15	บทที่ 10 รিং อินทิกรัลโดเมน และฟิลด์ (ต่อ)	3	0	- บรรยาย - มอบหมายให้ทำงานกลุ่ม และให้นำเสนอหน้าชั้นเรียน สื่อการเรียนการสอน ใช้สื่อ e-learning -- นำบทความเรื่อง Self-Dual Linear Codes over $F_q + uF_q + u^2F_q$ and Their Applications in the Study of Quasi-Abelian Codes มาเป็นกรณีศึกษา	

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้

1. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านคุณธรรม จริยธรรม

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	-		0
●	2.มีระเบียบวินัย	1. การขานชื่อ การให้คะแนน การเข้าชั้นเรียนและการส่งงานตรงเวลา	ทุกสัปดาห์	10

		2. สังเกตพฤติกรรมของ นักศึกษาในการปฏิบัติตาม กฎระเบียบและข้อบังคับ ต่างๆอย่างต่อเนื่อง		
--	--	---	--	--

2. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการ และทฤษฎีทางด้าน คณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	1. ประเมินจากแบบทดสอบ 2. พิจารณาจากงานที่ มอบหมาย	8,10,17	40
●	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบาย หลักการและทฤษฎีทาง คณิตศาสตร์	1. ประเมินจากแบบทดสอบ 2. พิจารณาจากงานที่ มอบหมาย	8,10,17	40

3. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะทางปัญญา

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็น ระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและ วิธีการทางวิทยาศาสตร์	1. ประเมินจากการตอบ คำถาม /การนำเสนอ แบบฝึกหัดหน้าชั้นเรียน 2.ประเมินจากแบบทดสอบ	ทุกสัปดาห์	10
○	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และ ภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับ สถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม	-		0

4. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ ประเมิน	สัดส่วนการ ประเมิน
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและ สามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและ จัดลำดับความสำคัญของการ ทำงาน	-		0

5. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	-		0
○	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพพร้อมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	-		0
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	-		0
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูล ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	-		0

หมวดที่6. ทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน

1. เอกสารและตำราหลัก

[1] Herstein,I.N. Abstract Algebra. New Jersey : Prentice-Hall, Inc.,1991

[2] Nicholson,W.K. Introduction to Abstract Algebra. Boston : PWS-KENT Publishing Company , 1993

2. เอกสารและข้อมูลสำคัญ

[1] ศรัณย์ ว่องไว พืชมคณิตนามธรรม (Abstract Algebra) . กรุงเทพฯ : ทริปเปิ้ล เอ็ดดูเคชั่น, 2550. ภาควิชาคณิตศาสตร์และวิทยาการคอมพิวเตอร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

[2] Dummit, D.S. and Foote, R.M. Abstract Algebra. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1991

3. เอกสารและข้อมูลแนะนำ

[1] Pinter,C.C. **Set Theory** . London : Addison –Wesley Publishing Company,1971

หมวดที่7. การประเมินและปรับปรุงการดำเนินการของรายวิชา

1. กลยุทธ์การประเมินประสิทธิผลของรายวิชาโดยนักศึกษา

1.1 การสนทนาระหว่างอาจารย์ผู้สอนและกลุ่มผู้เรียน

1.2 นักศึกษาประเมินการสอนของผู้สอน ประเมินตนเอง และให้ข้อเสนอแนะ ผ่านระบบ vision net ของสำนักส่งเสริมวิชาการและงานทะเบียน

1.3 ให้นักศึกษาทำแบบประเมินตนเองเพื่อทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามมาตรฐานการเรียนรู้

2. กลยุทธ์การประเมินการสอน

2.1 สุ่มตรวจการสอนโดยคณะกรรมการฯ

2.2 สัมภาษณ์นักศึกษา

2.3 การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร

2.4 การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยนักศึกษาเป็นผู้ประเมินตนเอง

3. การปรับปรุงการสอน

มีการนำบทความเรื่อง Self-Dual Linear Codes over $F_q + uF_q + u^2F_q$ and Their Applications in the Study of Quasi-Abelian Codes ของอาจารย์ผู้สอนมาเป็นกรณีศึกษาเพื่อให้เห็นประโยชน์ของการประยุกต์ใช้สมบัติของริงสลับที่มีเอกลักษณ์ในทฤษฎีรหัสเชิงพีชคณิต

4. การทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา

ดำเนินการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร และทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยให้นักศึกษาประเมินตนเอง

5. การดำเนินการทบทวนและการวางแผนปรับปรุงประสิทธิผลของรายวิชา

มีการนำบทความเรื่อง Self-Dual Linear Codes over $F_q + uF_q + u^2F_q$ and Their Applications in the Study of Quasi-Abelian Codes ของอาจารย์ผู้สอนมาเป็นกรณีศึกษาเพื่อให้เห็นประโยชน์ของการประยุกต์ใช้สมบัติของริงสลับที่มีเอกลักษณ์ในทฤษฎีรหัสเชิงพีชคณิต

รายงานผลการดำเนินการของรายวิชา (มคอ.5) สรุป

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา
- 09113306 พีชคณิตนามธรรม 1
- Abstract Algebra 1
2. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)
- 09113201 หลักคณิตศาสตร์ จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)
3. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)
- ไม่มี
4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน
- อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา อ.ดร.ปริญญาวัฒน์ ชูสุวรรณ
- อาจารย์ผู้สอน กลุ่มที่สอน
- อ.ดร.ปริญญาวัฒน์ ชูสุวรรณ กลุ่มที่สอน 1
5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน
- 2/2563
6. สถานที่เรียน
- กลุ่มที่สอน 1 ห้อง 2162 อาคาร อาคารคณะวิทยาศาสตร์ 9 ชั้น

หมวดที่2. การจัดการเรียนการสอนที่เปรียบเทียบกับแผนการสอน

1. รายงานชั่วโมงการสอนจริงเทียบกับแผนการสอน

หัวข้อ	จำนวน ชั่วโมง ตาม แผนการ สอน	จำนวนชั่วโมง ที่สอนได้จริง	ระบุสาเหตุที่สอนจริง ต่างจากแผนการสอน หากมีความแตกต่าง เกิน 25%
1.บทที่ 1 ความรู้พื้นฐาน	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
2.บทที่ 2 การดำเนินการ ทวิภาค	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-

3.บทที่ 3 กรุป	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
4.บทที่ 3 กรุป (ต่อ)	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
5.บทที่ 4 กรุปย่อย	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
6.บทที่ 5 กรุปวัฏจักร	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
7.บทที่ 6 โคเซต กรุปย่อยปกติ และกรุปผลหาร	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
8.บทที่ 6 โคเซต กรุปย่อยปกติ และกรุปผลหาร (ต่อ)	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
9.บทที่ 7 สาทิสสัณฐานของ กรุปและทฤษฎีบทสมสัณฐาน ของกรุป	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
10.บทที่ 7 สาทิสสัณฐานของ กรุปและทฤษฎีบทสมสัณฐาน ของกรุป (ต่อ)	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
11.บทที่ 8 กรุปสมมาตรและ ทฤษฎีบทของเคย์เลย์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
12.บทที่ 8 กรุปสมมาตรและ ทฤษฎีบทของเคย์เลย์ (ต่อ)	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
13.บทที่ 9 การประยุกต์ พีชคณิตนามธรรมในทฤษฎี รหัสเชิงพีชคณิต	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
14.บทที่ 10 รিং อินทิกรัลโดเมน และฟิลด์	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-
15.บทที่ 10 รিং อินทิกรัลโดเมน และฟิลด์ (ต่อ)	3	กลุ่มที่ 1 (3 ชั่วโมง)	-

2. หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตามแผน

กลุ่มที่สอน	หัวข้อที่สอนไม่ ครอบคลุม	นัยสำคัญของหัวข้อที่ สอนไม่ครอบคลุมตาม แผน	แนวทาง ชดเชย
1	-	-	-

3. ประสิทธิภาพของวิธีสอนที่ทำให้เกิดผลการเรียนรู้ตามที่ระบุในรายละเอียดของรายวิชา

ผลการเรียนรู้	วิธีสอนที่ระบุในรายละเอียดรายวิชา	ประสิทธิผล	ปัญหาของการใช้วิธีสอน (ถ้ามี) พร้อมข้อเสนอแนะในการแก้ไข
คุณธรรม จริยธรรม	สอดแทรกความซื่อสัตย์ต่อตนเอง และสังคม 1. ให้ ความสำคัญในวินัย การตรงต่อเวลา การส่งงานภายในเวลาที่กำหนด 2. เน้นเรื่อง การแต่งกายและปฏิบัติตนที่เหมาะสม ถูกต้อง ตามระเบียบข้อบังคับ ของมหาวิทยาลัย	มี กลุ่มที่ 1	-
ความรู้	1. ใช้การสอนหลายรูปแบบ โดยเน้นหลักทางทฤษฎีและการปฏิบัติ เพื่อให้ เกิดองค์ความรู้ 2. มอบหมายงาน 1. ใช้การสอนหลายรูปแบบ โดยเน้นหลักทางทฤษฎีและการปฏิบัติ เพื่อให้ เกิดองค์ความรู้ 2. มอบหมายงาน	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะทางปัญญา	บรรยาย อภิปราย ส่งเสริมการเรียนรู้จากการแก้ปัญหา (Problem Based Instruction)	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ	1. กำหนดการทำงานกลุ่ม โดยให้หมุนเวียนการเป็นผู้นำและผู้รายงาน 2. ให้คำแนะนำในการเข้าร่วมกิจกรรมสโมสร กิจกรรมของมหาวิทยาลัยฯ 3. ให้ ความสำคัญในการแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบและการให้ความร่วมมือ 4. มอบหมายงานให้สัมภาษณ์บุคคลต่าง ๆ	มี กลุ่มที่ 1	-
ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และ	1. ส่งเสริมให้เห็น ความสำคัญ และฝึกให้มีการตัดสินใจบนฐานข้อมูลและข้อมูล เชิงตัวเลข 2.	มี กลุ่มที่ 1	-

การใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ	มอบหมายงานค้นคว้าองค์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆ และให้นักศึกษา นำเสนอหน้าชั้น 3. การใช้ศักยภาพทางคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศในการนำเสนอ ผลงานที่ได้รับมอบหมาย 4. ฝึกการนำเสนอผลงานโดยเน้นความสำคัญของการใช้ภาษา และบุคลิกภาพ 1. ส่งเสริมให้เห็นความสำคัญ และฝึกให้มีการตัดสินใจบนฐานข้อมูลและข้อมูล เชิงตัวเลข 2. มอบหมายงานค้นคว้าองค์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆและให้นักศึกษา นำเสนอหน้าชั้น 3. การใช้ศักยภาพทางคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศในการนำเสนอ ผลงานที่ได้รับมอบหมาย 4. ฝึกการนำเสนอผลงานโดยเน้นความสำคัญของการใช้ภาษา และบุคลิกภาพ 1. ส่งเสริมให้เห็นความสำคัญ และฝึกให้มีการตัดสินใจบนฐานข้อมูลและข้อมูล เชิงตัวเลข 2. มอบหมายงานค้นคว้าองค์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆและให้นักศึกษา นำเสนอหน้าชั้น 3. การใช้ศักยภาพทางคอมพิวเตอร์และเทคโนโลยีสารสนเทศในการนำเสนอ ผลงานที่ได้รับมอบหมาย 4. ฝึกการนำเสนอผลงานโดยเน้นความสำคัญของการใช้ภาษา และบุคลิกภาพ 1. ส่งเสริมให้เห็นความสำคัญ และฝึกให้มีการตัดสินใจบนฐานข้อมูลและข้อมูล เชิงตัวเลข 2. มอบหมายงานค้นคว้าองค์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่างๆและให้		
--------------------------------	--	--	--

	นักศึกษา นำเสนอหน้าชั้น 3. การใช้ศักยภาพทาง คอมพิวเตอร์และเทคโนโลยี สารสนเทศในการนำเสนอ ผลงานที่ได้รับมอบหมาย 4. ฝึกการนำเสนอผลงานโดย เน้นความสำคัญของการใช้ ภาษา และบุคลิกภาพ		
--	---	--	--

4. ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุงวิธีการสอน

กลุ่มที่ สอน	ข้อเสนอการดำเนินการเพื่อปรับปรุง
1	-

หมวดที่3. สรุปผลการจัดการเรียนการสอนของรายวิชา

1. จำนวนนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียน

16

2. จำนวนนักศึกษาที่คงอยู่เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา

16

3. จำนวนนักศึกษาที่ถอน (W)

0

4. การกระจายของระดับคะแนน (เกรด)

ระดับคะแนน	จำนวน	คิดเป็นร้อยละ
A	-	0.00
B+	1	6.25
B	3	18.75
C+	9	56.25
C	2	12.50
D+	-	0.00
D	-	0.00
F	1	6.25
W	-	0.00
ไม่สมบูรณ์ (I)	-	0.00

ผ่าน (P,S)	-	0.00
ไม่ผ่าน (U)	-	0.00
AU	-	0.00

5. ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ (ถ้ามี)

กลุ่มที่ สอน	ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ
1	-

6. ความคลาดเคลื่อนจากแผนการประเมินที่กำหนดไว้ในรายละเอียดรายวิชา

6.1 ความคลาดเคลื่อนด้านกำหนดเวลาประเมิน

7. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา

กลุ่มที่ สอน	การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา
1	ดำเนินการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยคณะกรรมการทวนสอบฯ ของหลักสูตร และทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยให้นักศึกษาประเมินตนเอง

หมวดที่4. ปัญหาและผลกระทบต่อการดำเนินการ

1. ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก

กลุ่ม ที่ สอน	ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่ง อำนวยความสะดวก	ผลกระทบ
1	-	-

2. ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร

กลุ่มที่สอน	ประเด็นด้านการบริหาร และองค์กร	ผลกระทบ ต่อผลการ เรียนรู้ ของ นักศึกษา
-		
1	-	

หมวดที่5. การประเมินรายวิชา

1. ผลการประเมินรายวิชาโดยนักศึกษา

1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

ประเภท	Mean	SD
ประเมินตนเองของนักศึกษา	4.269	0.733
ประเมินอาจารย์ผู้สอน	4.648	0.564

1.1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

1.อยากให้ปรับลดเนื้อหาลง

1.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1

กลุ่มที่ สอน	ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1
1	-อาจารย์ต้องสอนให้ตรงกับคำอธิบายรายวิชา แต่ได้เพิ่มการประยุกต์ใช้ ความรู้ของพีชคณิตนามในสาขาอื่น ๆ เพิ่มเติมด้วย หากมีโอกาสได้สอน ในภาคการศึกษาถัด ๆ ไปจะปรับลดเนื้อหาตรงส่วนประยุกต์นี้ให้น้อยลง

2. ผลการประเมินรายวิชาโดยวิธีอื่น

2.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น

กลุ่มที่ สอน	ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น
1	-

2.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 2.1

กลุ่มที่ สอน	รายละเอียด
1	-

หมวดที่6. แผนการปรับปรุง

1. ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา

กลุ่มที่ สอน	ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/ รายวิชาครั้งที่ผ่านมา
1	-

2. การดำเนินการอื่นๆ ในการปรับปรุงรายวิชา

กลุ่มที่ สอน	การดำเนินการอื่นๆ ในการปรับปรุงรายวิชา
1	มีการนำบทความเรื่อง Self-Dual Linear Codes over $F_q + uF_q + u^2F_q$ and Their Applications in the Study of Quasi-Abelian Codes ของอาจารย์

	ผู้สอนมาเป็นกรณีศึกษาเพื่อให้เห็นประโยชน์ของการประยุกต์ใช้สมบัติของริงสลับที่มีเอกลักษณ์ในทฤษฎีรหัสเชิงพีชคณิต
--	--

3. ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป

กลุ่มที่ สอน	ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป
1	-

4. ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร

กลุ่มที่ สอน	ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร
1	-

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา :

ลงชื่อ ปริญญวัฒน์ ชูสุวรรณ

(อ.ดร.ปริญญวัฒน์ ชูสุวรรณ)

วันที่รายงาน 20 เม.ย. 64

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร :

ลงชื่อ คณิศร ศรีสวัสดิ์

วันที่รายงาน 20 เม.ย. 64

Self-dual codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ and applications*

Research Article

Parinyawat Choosuwan, Somphong Jitman

Abstract: Self-dual codes over finite fields and over some finite rings have been of interest and extensively studied due to their nice algebraic structures and wide applications. Recently, characterization and enumeration of Euclidean self-dual linear codes over the ring $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ with $u^3 = 0$ have been established. In this paper, Hermitian self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ are studied for all square prime powers q . Complete characterization and enumeration of such codes are given. Subsequently, algebraic characterization of H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_q[G]$ is studied, where $H \leq G$ are finite abelian groups and $\mathbb{F}_q[H]$ is a principal ideal group algebra. General characterization and enumeration of H -quasi-abelian codes and self-dual H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_q[G]$ are given. For the special case where the field characteristic is 3, an explicit formula for the number of self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ is determined for all finite abelian groups A and B such that $3 \nmid |A|$ as well as their construction. Precisely, such codes can be represented in terms of linear codes and self-dual linear codes over $\mathbb{F}_{3^m} + u\mathbb{F}_{3^m} + u^2\mathbb{F}_{3^m}$. Some illustrative examples are provided as well.

2010 MSC: 94B15, 94B05, 94B60

Keywords: Hermitian self-dual linear codes, Quasi-abelian codes, Finite chain rings, Group algebras

1. Introduction

Self-dual linear codes over finite fields form an interesting class of linear codes that have been extensively studied due to their nice algebraic structures and wide applications (see [8], [11], [12], [22] and references therein). Codes over finite rings have been of interest after it was shown that some binary

* P. Choosuwan was partially supported by the Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Thanyaburi (RMUTT). S. Jitman was supported by the Thailand Research Fund and Silpakorn University under Research Grant RSA6280042.

Parinyawat Choosuwan; Department of Mathematics and Computer Science, Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Thanyaburi (RMUTT), Pathum Thani 12110, Thailand (email: parinyawat_c@rmutt.ac.th).

Somphong Jitman (Corresponding Author); Department of Mathematics, Faculty of Science, Silpakorn University, Nakhon Pathom 73000, Thailand (email: sjitman@gmail.com).

non-linear codes such as the Kerdock, Preparata and Goethal codes are the Gray images of linear codes over $\mathbb{Z}_4$ in [7]. In general, families of linear codes and self-dual linear codes over finite chain rings are now become of interest. In [16], the mass formula for Euclidean self-dual linear codes over $\mathbb{Z}_{p^3}$ has been studied. Characterization and enumeration of Euclidean self-dual linear codes over the ring $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ with $u^3 = 0$ have been given in [3].

Algebraically structured codes over finite fields such as cyclic codes, abelian codes and quasi-abelian codes are another important family of linear codes that have been extensively studied for both theoretical and practical reasons (see [2], [8], [10], [11], [12] and references therein). In [10], H -quasi-abelian codes and self-dual H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_q[G]$ have been studied in the case where $\mathbb{F}_q[H]$ is semisimple

To the best of our knowledge, Hermitian self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ and non-semisimple H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_q[G]$ have not been well studied. The goals of this paper are to investigate the following families of linear codes and their links. 1) Hermitian self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ where q is a square prime power. 2) H -quasi-abelian codes and self-dual H -quasi-abelian codes in group algebras $\mathbb{F}_q[G]$, where $H \leq G$ are finite abelian groups and $\mathbb{F}_q[H]$ is a principal ideal group algebra.

The paper is organized as follows. In Section 2, some results on linear codes and Euclidean self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ are recalled. In Section 3, characterization and enumeration Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ are established for all square prime powers q together with an algorithm to determine all Hermitian self-dual codes and illustrative examples. In Section 4, the study of H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_q[G]$ is given, where $\mathbb{F}_q[H]$ is a principal ideal group algebra. In the special case where the field characteristic is 3, the characterization and enumeration of $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes and self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ are completely determined in terms of linear and self-dual linear codes over $\mathbb{F}_{3^m} + u\mathbb{F}_{3^m} + u^2\mathbb{F}_{3^m}$ obtained in Section 3 for all finite abelian groups A and B such that $3 \nmid |A|$. Summary and remarks are given in Section 5.

2. Preliminaries

In this section, basic results on linear codes and Euclidean self-dual linear codes over rings are recalled.

2.1. Linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$

For a prime power q , denote by $\mathbb{F}_q$ the finite field of order q . Let $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q := \{a_0 + ua_1 + \cdots + u^{e-1}a_{e-1} \mid a_i \in \mathbb{F}_q \text{ for all } 0 \leq i < e\}$ be a ring, where the addition and multiplication are defined as in the usual polynomial ring over $\mathbb{F}_q$ with indeterminate u together with the condition $u^e = 0$. It is easily seen that $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$ is isomorphic to $\mathbb{F}_q[u]/\langle u^e \rangle$ as rings. The *Galois extension* of $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$ of degree m is defined to be the quotient ring $(\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q)[x]/\langle f(x) \rangle$, where $f(x)$ is an irreducible polynomial of degree m over $\mathbb{F}_q$. It is not difficult to see that the Galois extension of $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$ of degree m is isomorphic to $\mathbb{F}_{q^m} + u\mathbb{F}_{q^m} + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_{q^m}$. The ring $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$ is a finite chain ring with maximal ideal $\langle u \rangle$, nilpotency index e and residue field $\mathbb{F}_q$. In addition, if q is a square, the mapping $\bar{} : \mathbb{F}_q \rightarrow \mathbb{F}_q$ defined by $a \mapsto a^{\sqrt{q}}$ is a field automorphism on $\mathbb{F}_q$ of order 2. Extend $\bar{}$ to be a ring automorphism of order 2 on $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$ of the form $a_0 + ua_1 + \cdots + u^{e-1}a_{e-1} = \bar{a}_0 + u\bar{a}_1 + \cdots + u^{e-1}\bar{a}_{e-1}$.

Let n be a positive integer and let R be a finite ring. The *Euclidean inner product* of $\mathbf{u} = (u_0, u_1, \dots, u_{n-1})$ and $\mathbf{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$ in R^n is defined to be

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_E := \sum_{i=0}^{n-1} u_i v_i.$$

In the case where q is a square and $R \in \{\mathbb{F}_q, \mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q\}$, the *Hermitian inner product* of $\mathbf{u}$

and $\mathbf{v}$ in R^n is defined to be

$$\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_H := \sum_{i=0}^{n-1} u_i \overline{v_i}.$$

A linear code $\mathcal{C}$ of length n over the ring R is defined to be an R -submodule of the R -module R^n . A linear code over R is said to be *free* if it is a free R -module. Denote by $\text{wt}(\mathbf{v})$ the Hamming weight of an element $\mathbf{v} \in R^n$. Precisely, $\text{wt}(\mathbf{v})$ is the number of non-zero components in $\mathbf{v}$. For a linear code $\mathcal{C}$ over R , let $\text{wt}(\mathcal{C}) = \min\{\text{wt}(\mathbf{c}) \mid \mathbf{c} \in \mathcal{C}\}$ be the minimum Hamming weight of $\mathcal{C}$. If $R = \mathbb{F}_q$, a linear code $\mathcal{C}$ of length n and dimension k over R with $\text{wt}(\mathcal{C}) = d$ is referred as an $[n, k, d]_q$ code. The parameters of a linear code $\mathcal{C}$ of length n over R satisfies the Singleton bound [14], i.e., $\text{wt}(\mathcal{C}) \leq n - \log_{|R|}(|\mathcal{C}|) + 1$. A linear code $\mathcal{C}$ is called a *Maximum Distance Separable (MDS) code* if the equality in the Singleton bound holds. A matrix G over R is called a *generator matrix* for $\mathcal{C}$ if the rows of G generate all the elements of $\mathcal{C}$ and none of the rows can be written as a linear combination of the others. Linear codes $\mathcal{C}_1$ and $\mathcal{C}_2$ over R are said to be *equivalent* if there exists a monomial matrix P such that $\mathcal{C}_2 = \mathcal{C}_1 P := \{\mathbf{c}P \mid \mathbf{c} \in \mathcal{C}_1\}$. Denote by $\mathcal{C}^{\perp_E} = \{\mathbf{v} \in R^n \mid \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_E = 0\}$ and $\mathcal{C}^{\perp_H} = \{\mathbf{v} \in R^n \mid \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle_H = 0\}$ the *Euclidean* and *Hermitian duals* of $\mathcal{C}$, respectively. A linear code $\mathcal{C}$ is said to be *Euclidean* (resp., *Hermitian*) *self-orthogonal* if $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{C}^{\perp_E}$ (resp., $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{C}^{\perp_H}$). It is called *Euclidean* (resp., *Hermitian*) *self-dual* if $\mathcal{C} = \mathcal{C}^{\perp_E}$ (resp., $\mathcal{C} = \mathcal{C}^{\perp_H}$).

In Section 3 and the remaining parts of this section, we focus on linear and self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$. In [19], it has been shown that every linear code of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ is permutation equivalent to a code $\mathcal{C}$ with generator matrix

$$G = \begin{bmatrix} I_k & A_2 & A_3 & A_4 \\ 0 & uI_l & uB_3 & uB_4 \\ 0 & 0 & u^2I_m & u^2C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' \\ uB' \\ u^2C' \end{bmatrix}, \quad (1)$$

where I_r is the identity matrix of order r , $A_3 = A_{30} + uA_{31}$, $B_4 = B_{40} + uB_{41}$, $A_4 = A_{40} + uA_{41} + u^2A_{42}$, and A_2, B_3, C_4, A_{ij} and B_{ij} are matrices of appropriate sizes over $\mathbb{F}_q$. In this case, the code $\mathcal{C}$ is said to be of type $\{k, l, m\}$ and it contains $q^{3k+2l+m}$ codewords.

For each linear code $\mathcal{C}$ of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ and $i \in \{0, 1, 2\}$, the i th *torsion code* of $\mathcal{C}$ is a linear code of length n over $\mathbb{F}_q$ defined to be

$$\text{Tor}_i(\mathcal{C}) = \left\{ \mathbf{v}(\text{mod } u) \mid \mathbf{v} \in (\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q)^n \text{ and } u^i \mathbf{v} \in \mathcal{C} \right\}.$$

The code $\text{Tor}_0(\mathcal{C})$ is sometime called the *residue code* of $\mathcal{C}$ and denoted it by $\text{Res}(\mathcal{C})$. From the definitions, it is obvious that $\text{Res}(\mathcal{C}) = \text{Tor}_0(\mathcal{C}) \subseteq \text{Tor}_1(\mathcal{C}) \subseteq \text{Tor}_2(\mathcal{C})$.

For a linear code $\mathcal{C}$ of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ with generator matrix G given in (1), the residue code $\text{Res}(\mathcal{C})$ has dimension k and generator matrix

$$G = [I_k \ A_2 \ A_{30} \ A_{40}], \quad (2)$$

the first torsion code $\text{Tor}_1(\mathcal{C})$ has dimension $k + l$ and generator matrix

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_k & A_2 & A_{30} & A_{40} \\ 0 & I_l & B_3 & B_{40} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

and the second torsion code $\text{Tor}_2(\mathcal{C})$ has dimension $k + l + m$ and generator matrix

$$\begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_k & A_2 & A_{30} & A_{40} \\ 0 & I_l & B_3 & B_{40} \\ 0 & 0 & I_m & C_4 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

For $0 \leq k \leq n$, the *Gaussian coefficient* is defined to be

$$\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}_q = \frac{(q^n - 1)(q^n - q) \cdots (q^n - q^{k-1})}{(q^k - 1)(q^k - q) \cdots (q^k - q^{k-1})}.$$

Let $N_e(q, n)$ denote the number of distinct linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$. The number $N_e(q, n)$ has been studied and summarized in [4]. For $e = 3$, we have the following result.

Proposition 2.1 ([4, Lemma 2.2]). *Let q be a prime power and let n be a positive integer. Then*

$$N_3(q, n) = 1 + \sum_{t=1}^3 \sum_{n \geq h_1 \geq h_2 \geq \cdots \geq h_t > h_{t+1}=0} \prod_{j=1}^t \begin{bmatrix} n - h_{j+1} \\ h_j - h_{j+1} \end{bmatrix}_q q^{h_{j+1}(n-h_j)}.$$

2.2. Euclidean self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$

Let $\mathcal{C}$ be a linear code of length n and type $\{k, l, m\}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ and let $h = n - (k + l + m)$. In [3], it has been shown that the Euclidean dual $\mathcal{C}^{\perp_E}$ of $\mathcal{C}$ is of type $\{h, m, l\}$ and it contains $q^{3h+2m+l}$ codewords. Therefore, $k = h$ and $l = m$ whenever $\mathcal{C}$ is Euclidean self-dual. Consequently, every Euclidean self-dual code of type $\{k, l, m\}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ has even length $n = 2(k + l)$.

Characterization of Euclidean self-dual linear codes of even length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ has been established in [3].

Proposition 2.2 ([3, Proposition 1]). *Let q be a prime power and let $\mathcal{C}$ be a linear code of length n and type $\{k, l, m\}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ with generator matrix G in the form of (1). Then $\mathcal{C}$ is Euclidean self-dual if and only if $k = h, l = m$ and the following conditions hold:*

$$A'A'^T \equiv 0 \pmod{u^3}, \quad (5)$$

$$A'B'^T \equiv 0 \pmod{u^2}, \quad (6)$$

$$B'B'^T \equiv 0 \pmod{u}, \quad (7)$$

$$A'C^T \equiv 0 \pmod{u}. \quad (8)$$

For a positive integer n and a prime power q , let $\sigma_E(q, n)$ denote the number of Euclidean self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q$. Further, if q is a square prime power, let $\sigma_H(q, n)$ denote the number of Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q$. The following results in [21] and [22] are useful in the enumeration of self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$.

Lemma 2.3 ([21] and [22]). *Let q be a prime power and let n be a positive integer. Then*

$$\sigma_E(q, n) = \begin{cases} \prod_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} (q^i + 1) & \text{if } q \text{ and } n \text{ are even,} \\ 2 \prod_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} (q^i + 1) & \text{if } q \equiv 1 \pmod{4} \text{ and } 2 \mid n, \\ 2 \prod_{i=1}^{\frac{n}{2}-1} (q^i + 1) & \text{if } q \equiv 3 \pmod{4} \text{ and } 4 \mid n, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (9)$$

If q is square, then

$$\sigma_H(q, n) = \begin{cases} \prod_{i=0}^{\frac{n}{2}-1} (q^{i+\frac{1}{2}} + 1) & \text{if } n \text{ is even,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (10)$$

The empty product is regarded as 1.

Let $NE_e(q, n)$ denote the number of distinct Euclidean self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$. The value of $NE_3(q, n)$ has been completely determined in [3].

Theorem 2.4 ([3, Theorem 1]). *Let q be a prime power and let n be a positive integer. Then*

$$NE_3(q, n) = \begin{cases} \sigma_E(q, n) \sum_{k=0}^{n/2} \begin{bmatrix} \frac{n}{2} \\ k \end{bmatrix}_q q^{kn/2} & \text{if } q \text{ is even and } n \text{ is even,} \\ \sigma_E(q, n) \sum_{k=0}^{n/2} \begin{bmatrix} \frac{n}{2} \\ k \end{bmatrix}_q q^{k(n/2-1)} & \text{if } q \text{ is odd and } n \text{ is even,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

3. Hermitian self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$

In this section, we focus on characterization and enumeration of Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$.

Throughout this section, we assume that q is a square prime power. For each positive integer n , let $NH_e(q, n)$ denote the number of distinct Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_q$. By extending techniques introduced in [3], the characterization and the number $NH_3(q, n)$ of Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ are established.

Let $\mathcal{C}$ be a linear code of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ of type $\{k, l, m\}$ and let $h = n - (k + l + m)$. Using argument similar to those in Section 2 of [3], it can be deduced that the Hermitian dual $\mathcal{C}^{\perp_H}$ of $\mathcal{C}$ is of type $\{h, m, l\}$ and it contains $q^{3h+2m+l}$ codewords. It follows that $k = h$ and $l = m$ if $\mathcal{C}$ is Hermitian self-dual. Hence, every Hermitian self-dual code of type $\{k, l, m\}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ has even length $n = 2(k + l)$.

For a matrix $A = [a_{ij}]_{s \times t}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$, let $\bar{A} := [\bar{a}_{ij}]_{s \times t}$ and $A^\dagger := \bar{A}^T$. Characterization of Hermitian self-dual linear codes of even length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ is given in the following proposition.

Proposition 3.1. *Let q be a square prime power and let $\mathcal{C}$ be a linear code of even length n and type $\{k, l, m\}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ with generator matrix G in the form of (1). Then $\mathcal{C}$ is Hermitian self-dual if and only if $k = h$, $l = m$ and the following hold:*

$$A' A'^\dagger \equiv 0 \pmod{u^3}, \quad (11)$$

$$A' B'^\dagger \equiv 0 \pmod{u^2}, \quad (12)$$

$$B' B'^\dagger \equiv 0 \pmod{u}, \quad (13)$$

$$A' C^\dagger \equiv 0 \pmod{u}. \quad (14)$$

Proof. Assume that $\mathcal{C}$ is Hermitian self-dual. By the above discussion, we have $k = h$, $l = m$ and

$$\begin{bmatrix} A' \\ uB' \\ u^2C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' \\ uB' \\ u^2C \end{bmatrix}^\dagger \equiv [0] \pmod{u^3}$$

which are equivalent to the conditions (11)–(14).

Conversely, assume that $\mathcal{C}$ is a linear code such that $k = h, l = m$ and the conditions (11)–(14) hold. From (11)–(14), it is not difficult to see that $\mathcal{C}$ is Hermitian self-orthogonal. Equivalently, $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{C}^{\perp_H}$. Since $k = h$ and $l = m$, we have $|\mathcal{C}| = |\mathcal{C}^{\perp_H}|$ which implies that $\mathcal{C} = \mathcal{C}^{\perp_H}$. Therefore, $\mathcal{C}$ is Hermitian self-dual as desired. $\square$

Corollary 3.2. *Let $\mathcal{C}$ be a Hermitian self-dual linear code of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$. Then the following statements holds.*

- 1) $\text{Tor}_1(\mathcal{C})$ is a Hermitian self-dual code of length n over $\mathbb{F}_q$.
- 2) $\text{Tor}_2(\mathcal{C}) = \text{Res}(\mathcal{C})^{\perp_H}$.

Proof. Assume that $\mathcal{C}$ is of type $\{k, l, m\}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$. Then From (11)–(13), it follows that $\text{Tor}_1(\mathcal{C})$ is Hermitian self-orthogonal. Since $\dim(\text{Tor}_1(\mathcal{C})) = k + l = \frac{n}{2} = \dim((\text{Tor}_1(\mathcal{C}))^{\perp_H})$, $\text{Tor}_1(\mathcal{C})$ is Hermitian self-dual. From (11)–(14), we have $\text{Tor}_2(\mathcal{C}) \subseteq \text{Res}(\mathcal{C})^{\perp_H}$. Since $\dim(\text{Tor}_2(\mathcal{C})) = k + 2l = n - k = \dim((\text{Res}(\mathcal{C}))^{\perp_H})$, we have $\text{Tor}_2(\mathcal{C}) = \text{Res}(\mathcal{C})^{\perp_H}$. $\square$

Since $\text{Res}(\mathcal{C}) = \text{Tor}_0(\mathcal{C}) \subseteq \text{Tor}_1(\mathcal{C}) \subseteq \text{Tor}_2(\mathcal{C})$, it can be concluded further that $\text{Res}(\mathcal{C})$ is Hermitian self-orthogonal for all Hermitian self-dual linear codes $\mathcal{C}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$.

From Corollary 3.2, a Hermitian self-dual code $\mathcal{C}$ of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ can be induced by Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q$. For a given Hermitian self-dual code $\mathcal{C}_1$ of length n over $\mathbb{F}_q$, we first aim to determine the number of Hermitian self-dual linear codes $\mathcal{C}$ of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ such that $\text{Tor}_1(\mathcal{C}) = \mathcal{C}_1$.

Proposition 3.3. *Let q be a square prime power and let n be an even positive integer. Let $\mathcal{C}_1$ be a Hermitian self-dual linear code of length n over $\mathbb{F}_q$. Then, for each $0 \leq k \leq \frac{n}{2}$, there are $q^{\frac{kn}{2}}$ Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ corresponding to each subspace of $\mathcal{C}_1$ of dimension k .*

Proof. Let $\mathcal{C}_1$ be a Hermitian self-dual linear code of length n over $\mathbb{F}_q$ with dimension $\frac{n}{2} = k + l$ and generator matrix

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_k & A_2 & A_{30} & A_{40} \\ 0 & I_l & B_3 & B_{40} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

where the columns are grouped into blocks of sizes k, l, l and k .

Since $\mathcal{C}_1$ is Hermitian self-dual, we have

$$I_k + A_2 A_2^\dagger + A_{30} A_{30}^\dagger + A_{40} A_{40}^\dagger = 0, \quad (16)$$

$$A_2 + A_{30} B_3^\dagger + A_{40} B_{40}^\dagger = 0, \quad (17)$$

$$I_l + B_3 B_3^\dagger + B_{40} B_{40}^\dagger = 0. \quad (18)$$

Let $H = \begin{bmatrix} \overline{A_{30}} & \overline{A_{40}} \\ \overline{B_3} & \overline{B_{40}} \end{bmatrix}$. From (16)–(18), it can be deduced that

$$\begin{aligned} H(-H^\dagger) &= -HH^\dagger \\ &= -H\overline{H}^T \\ &= \begin{bmatrix} -\overline{A_{30}}A_{30}^T - \overline{A_{40}}A_{40}^T & -\overline{A_{30}}B_3^T - \overline{A_{40}}B_{40}^T \\ (-\overline{A_{30}}B_3^T - \overline{A_{40}}B_{40}^T)^T & -\overline{B_3}B_3^T - \overline{B_{40}}B_{40}^T \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_k + \overline{A_2}A_2^T & \overline{A_2} \\ A_2^T & I_l \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Let $J = \begin{bmatrix} I_k & -\overline{A_2} \\ -A_2^T & I_l + A_2^T A_2 \end{bmatrix}$. Then $H(-H^\dagger)J = \begin{bmatrix} I_k & 0 \\ 0 & I_l \end{bmatrix}$ which implies that H is invertible.

Let $\mathcal{C}_0$ be a k -dimensional $\mathbb{F}_q$ -subspace of $\mathcal{C}_1$ with generator matrix A . Since $\mathcal{C}_1$ is Hermitian self-dual, it follows that $\mathcal{C}_0$ is Hermitian self-orthogonal. Up to permutation of the last $(k+l)$ columns (if necessary), it follows that $\mathcal{C}_0^{\perp_H}$ has a generator matrix of the form

$$\begin{bmatrix} I_k & A_2 & A_{30} & A_{40} \\ 0 & I_l & B_3 & B_{40} \\ 0 & 0 & I_l & C_4 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Then $A_{30} = -A_{40}C_4^\dagger$ which implies that $H = \begin{bmatrix} -\overline{A_{40}}C_4^T & \overline{A_{40}} \\ B_3 & B_{40} \end{bmatrix}$. Since H is invertible, it follows that A_{40} is invertible.

Next, we determined the matrices over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ satisfying conditions (11)–(14) which are equivalent to

$$I_k + A_2A_2^\dagger + A_3A_3^\dagger + A_4A_4^\dagger \equiv 0 \pmod{u^3} \quad (20)$$

$$A_2 + A_3B_3^\dagger + A_4B_4^\dagger \equiv 0 \pmod{u^2} \quad (21)$$

$$I_l + B_3B_3^\dagger + B_4B_4^\dagger \equiv 0 \pmod{u} \quad (22)$$

$$A_3 + A_4C_4^\dagger \equiv 0 \pmod{u}. \quad (23)$$

The matrices A_2, B_3 and C_4 are considered modulo u , i.e. all the entries in A_2, B_3 and C_4 are in $\mathbb{F}_q$. The matrices A_3 and B_4 are considered modulo u^2 while A_4 is considered modulo u^3 . From these fact, let $A_3 = A_{30} + uA_{31}, B_4 = B_{40} + uB_{41}$ and $A_4 = A_{40} + uA_{41} + u^2A_{42}$, where A_{31}, B_{41}, A_{41} and A_{42} are matrices of appropriate sizes over $\mathbb{F}_q$. Therefore, we can write (20) as

$$\begin{aligned} & \left(I_k + A_2A_2^\dagger + A_{30}A_{30}^\dagger + A_{40}A_{40}^\dagger \right) + u \left(\widetilde{A_{30}A_{31}^\dagger} + \widetilde{A_{40}A_{41}^\dagger} \right) \\ & + u^2 \left(A_{31}A_{31}^\dagger + A_{41}A_{41}^\dagger + \widetilde{A_{40}A_{42}^\dagger} \right) \equiv 0 \pmod{u^3}, \end{aligned}$$

where $\widetilde{X} := X + X^\dagger$. We can also rewrite (21) as

$$\left(A_2 + A_{30}B_3^\dagger + A_{40}B_{40}^\dagger \right) + u \left(A_{31}B_3^\dagger + A_{40}B_{41}^\dagger + A_{41}B_{40}^\dagger \right) \equiv 0 \pmod{u^2}$$

By substituting (18) into (21), we obtain that

$$B_{41}^\dagger = -A_{40}^{-1} \left(A_{31}B_3^\dagger + A_{41}B_{40}^\dagger \right),$$

From (23), C_4 is uniquely determined as

$$C_4 = \left(-A_{40}^{-1}A_{30} \right)^\dagger.$$

It is sufficient to focus on (20) because (18) is the same as (22). From (16), we have to determined the matrices satisfying the following:

$$\widetilde{A_{30}A_{31}^\dagger} + \widetilde{A_{40}A_{41}^\dagger} = 0, \quad (24)$$

$$A_{31}A_{31}^\dagger + A_{41}A_{41}^\dagger + \widetilde{A_{40}A_{42}^\dagger} = 0. \quad (25)$$

Hence, the code $\mathcal{C}$ with generator matrix of the form (1) is a Hermitian self-dual linear code if and only if conditions (24) and (25) are satisfied.

Therefore, the number of Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ whose 1st torsion is $\mathcal{C}_1$ is equal to the number of solutions of the system of matrix equations (24) and (25).

We take an arbitrary matrix $A_{31} \in M_{k \times l}(\mathbb{F}_q)$ and put $[g_{ij}] = \widetilde{A_{30}A_{31}^\dagger}$ and $[x_{ij}] = A_{40}A_{41}^\dagger$. Then condition (24) is equivalent to

$$g_{ij} + x_{ij} + \overline{x_{ji}} = 0.$$

Then $-g_{ii} = x_{ii} + \overline{x_{ii}} = \text{Tr}(x_{ii}) \in \mathbb{F}_{\sqrt{q}}$ for each $1 \leq i \leq k$, where $\text{Tr} : \mathbb{F}_q \rightarrow \mathbb{F}_{\sqrt{q}}$ is the trace map defined by $\alpha \mapsto \overline{\alpha} + \alpha$ for all $\alpha \in \mathbb{F}_q$. Note that $|\text{Tr}^{-1}(a)| = \sqrt{q}$ for all $a \in \mathbb{F}_{\sqrt{q}}$. Then we have $x_{ii} \in \text{Tr}^{-1}(-g_{ii})$ for all $1 \leq i \leq k$, $x_{ji} \in \mathbb{F}_q$ and $x_{ij} = -g_{ij} - \overline{x_{ji}}$ for each $1 \leq i < j \leq k$. Therefore,

$$A_{41} = (A_{40}^{-1}[x_{ij}])^\dagger.$$

Thus we have q^{kl} possible choices for A_{31} and $q^{\frac{k(k-1)}{2} + \frac{k}{2}} = q^{\frac{k^2}{2}}$ for A_{41} .

For fixed matrices A_{31} and A_{41} , let $[h_{ij}] = A_{31}A_{31}^\dagger + A_{41}A_{41}^\dagger$ and $[y_{ij}] = A_{40}A_{42}^\dagger$. Then (25) is equivalent to

$$h_{ij} + y_{ij} + \overline{y_{ji}} = 0.$$

Using a similar argument as above, we have $q^{\frac{k^2}{2}}$ possible choices for

$$A_{42} = (A_{40}^{-1}[y_{ij}])^\dagger.$$

Therefore, we have

$$q^{kl} \times q^{\frac{k^2}{2}} \times q^{\frac{k^2}{2}} = q^{k^2+kl} = q^{k(k+l)} = q^{\frac{kn}{2}}$$

possible choices for the matrices A_{31}, A_{41} and A_{42} over $\mathbb{F}_q$. Therefore, the desired result follows immediately. $\square$

The number of distinct Hermitian self-dual linear codes of even length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ can be summarized in the following theorem.

Theorem 3.4. *Let q be a square prime power and let n be a positive integer. Then the number of distinct Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ is*

$$NH_3(q, n) = \begin{cases} \sigma_H(q, n) \sum_{k=0}^{n/2} \begin{bmatrix} n \\ 2k \end{bmatrix}_q q^{kn/2} & \text{if } n \text{ is even,} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

From the proof of Theorem 3.3, we obtain not only the number of Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ but also a construction of such Hermitian self-dual linear codes. The construction of Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ induced by a Hermitian self-dual linear code of length n over $\mathbb{F}_q$ in the proof of Theorem 3.3 is summarized in Algorithm 1.

Based on Algorithm 1, an illustrative example of a Hermitian self-dual linear code of length 6 over $\mathbb{F}_9 + u\mathbb{F}_9 + u^2\mathbb{F}_9$ constructed from a Hermitian self-dual linear code of length 6 over $\mathbb{F}_9$ is given as follows.

Example 3.5. *Let $\mathbb{F}_9 = \mathbb{F}_3[\alpha]$ be the finite field of order 9, where α is a root of $x^2 + x + 2$ over $\mathbb{F}_3$. Let $\mathcal{C}_0$ and $\mathcal{C}_1$ be linear codes of length 6 over $\mathbb{F}_9$ with generator matrices*

$$\left[\begin{array}{cc|cc|cc} 1 & 0 & 1 & \alpha^2 & \alpha^5 & \alpha^2 \\ 0 & 1 & 0 & \alpha & 1 & \alpha \end{array} \right] \text{ and } \left[\begin{array}{cc|cc|cc} 1 & 0 & 1 & \alpha^2 & \alpha^5 & \alpha^2 \\ 0 & 1 & 0 & \alpha & 1 & \alpha \\ 0 & 0 & 1 & \alpha^5 & \alpha & 1 \end{array} \right],$$

Algorithm 1. Construction of Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$

For a given Hermitian self-dual linear code $\mathcal{C}_1$ of length n over $\mathbb{F}_q$ and its linear subcode $\mathcal{C}_0$ of dimension $0 \leq k \leq \frac{n}{2}$, do the following steps.

1. Define $l = \frac{n}{2} - k$.
2. Construct a generator matrix $A = [I_k \ A_2 \ A_{30} \ A_{40}]$ for $\mathcal{C}_0$, where the columns are grouped into blocks of sizes k, l, l and k .
3. Extend A to be a generator matrix $\begin{bmatrix} I_k & A_2 & A_{30} & A_{40} \\ 0 & I_l & B_3 & B_{40} \end{bmatrix}$ for $\mathcal{C}_1$.
4. Set $C_4 = -(A_{40}^{-1}A_{30})^\dagger$.
5. Set A_{31} to be a $k \times l$ matrix over $\mathbb{F}_q$.
6. Define $[g_{ij}] = \widetilde{A_{30}A_{31}^\dagger}$ and set $[x_{ij}]$ to be a $k \times k$ matrix over $\mathbb{F}_q$ such that the strictly lower triangular elements are arbitrary in $\mathbb{F}_q$, $x_{ii} \in \text{Tr}^{-1}(-g_{ii})$, and $x_{ij} = -g_{ij} - \overline{x_{ji}}$ for all $i < j$. (If $k = \frac{n}{2}$, set $[g_{ij}]$ to be the $k \times k$ zero matrix over $\mathbb{F}_q$.)
7. Set $A_{41} = (A_{40}^{-1}[x_{ij}])^\dagger$.
8. Set $B_{41} = -\left(A_{40}^{-1}\left(A_{31}B_3^\dagger + A_{41}B_{40}^\dagger\right)\right)^\dagger$.
9. Define $[h_{ij}] = A_{31}A_{31}^\dagger + A_{41}A_{41}^\dagger$ and set $[y_{ij}]$ to be a $k \times k$ matrix over $\mathbb{F}_q$ such that the strictly lower triangular elements are arbitrary in $\mathbb{F}_q$, $y_{ii} \in \text{Tr}^{-1}(-h_{ii})$, and $y_{ij} = -g_{ij} - \overline{x_{ji}}$ for all $i < j$. (If $k = \frac{n}{2}$, set $[h_{ij}] = A_{41}A_{41}^\dagger$.)
10. Set $A_{42} = (A_{40}^{-1}[y_{ij}])^\dagger$.
11. Define $\mathcal{C}$ to be a linear code of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ with generator matrix

$$\begin{bmatrix} I_k & A_2 & A_{30} + uA_{31} & A_{40} + uA_{41} + u^2A_{42} \\ 0 & uI_l & uB_3 & uB_{40} + u^2B_{41} \\ 0 & 0 & u^2I_l & u^2C_4 \end{bmatrix}.$$

The $\mathcal{C}$ is Hermitian self-dual by Theorem 3.3.

12. Repeat 5. – 11. with different choices of A_{31} , A_{41} , and A_{42} . The Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ determined by $\mathcal{C}_0 \subseteq \mathcal{C}_1$ are obtained.

respectively. Then $\mathcal{C}_1$ is Hermitian self-dual and $\mathcal{C}_0 \subseteq \mathcal{C}_1$. Based on Algorithm 1, we have $k = 2$, $l = 1$, $A_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $A_{30} = \begin{bmatrix} \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}$, $A_{40} = \begin{bmatrix} \alpha^5 & \alpha^2 \\ 1 & \alpha \end{bmatrix}$, $B_3 = [\alpha^5]$, and $B_{40} = [\alpha \ 1]$. Then we have

$$C_4 = -(A_{40}^{-1}A_{30})^\dagger = -\left(\left[\begin{array}{cc} \alpha^5 & \alpha^2 \\ 1 & \alpha \end{array}\right]^{-1} \begin{bmatrix} \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix}\right)^\dagger = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

By choosing $A_{31} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, we have $[g_{ij}] = \widetilde{A_{30}A_{31}^\dagger} = \begin{bmatrix} \alpha^2 \\ \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \\ \alpha^3 & 2 \end{bmatrix}$. We choose $x_{11} = 0 \in \{0, \alpha^2, \alpha^6\} = \text{Tr}^{-1}(0) = \text{Tr}^{-1}(-g_{11})$, $x_{22} = 2 \in \{2, \alpha^5, \alpha^7\} = \text{Tr}^{-1}(1) = \text{Tr}^{-1}(-g_{22})$, $x_{21} = 1$, and $x_{12} = -g_{12} - \overline{x_{21}} = -\alpha - 1 = \alpha^3$. It follows that $[x_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & \alpha^3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ and $A_{41} = (A_{40}^{-1}[x_{ij}])^\dagger = \begin{bmatrix} 2 & \alpha \\ \alpha & 1 \end{bmatrix}$.

Consequently, $B_{41} = -\left(A_{40}^{-1}\left(A_{31}B_3^\dagger + A_{41}B_{40}^\dagger\right)\right)^\dagger = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \end{bmatrix}$.

Let $[h_{ij}] = A_{31}A_{31}^\dagger + A_{41}A_{41}^\dagger = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha^4 & \alpha \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha^4 & \alpha^3 \\ \alpha^3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha^3 \\ \alpha & 1 \end{bmatrix}$. We choose $y_{11} = 1 \in \{1, \alpha, \alpha^3\} = \text{Tr}^{-1}(2) = \text{Tr}^{-1}(-h_{11})$, $y_{22} = 1 \in \{1, \alpha, \alpha^3\} = \text{Tr}^{-1}(2) = \text{Tr}^{-1}(-h_{22})$, $y_{21} = 1$, and $y_{12} = -h_{12} - \overline{y_{21}} = -\alpha^3 - 1 = \alpha$. Then $[y_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ and $A_{42} = (A_{40}^{-1}[y_{ij}])^\dagger = \begin{bmatrix} \alpha^3 & \alpha^3 \\ 0 & \alpha^5 \end{bmatrix}$.

From Algorithm 1, the matrix

$$\begin{bmatrix} I_k & A_2 & A_{30} + uA_{31} & A_{40} + uA_{41} + u^2A_{42} \\ 0 & uI_l & uB_3 & uB_{40} + u^2B_{41} \\ 0 & 0 & u^2I_l & u^2C_4 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c|c|c} 1 & 0 & 1 & \alpha^2 + u \\ 0 & 1 & 0 & \alpha + u \\ \hline 0 & 0 & u & \alpha^5 u \\ 0 & 0 & u^2 & 0 \end{array} \middle| \begin{array}{c|c} \alpha^5 + 2u + \alpha^3 u^2 & \alpha^2 + \alpha u + \alpha^3 u^2 \\ 1 + \alpha u & \alpha + u + \alpha^5 u^2 \\ \hline \alpha u + \alpha u^2 & u \\ 0 & 2u^2 \end{array} \right]$$

is a generator matrix for a Hermitian self-dual code of length 6 over $\mathbb{F}_9 + u\mathbb{F}_9 + u^2\mathbb{F}_9$ with type $\{2, 1, 1\}$.

When $k = \frac{n}{2}$ in Theorem 3.3 (equivalently, in Algorithm 1), we have the following extension on the parameters of Hermitian self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$. Let n be an even positive integer and let $\mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_0$ be a Hermitian self-dual code of length n over $\mathbb{F}_q$ with parameters $[n, k = \frac{n}{2}, d]_q$ and generator matrix

$$A = \begin{bmatrix} I_{\frac{n}{2}} & A_{40} \end{bmatrix}, \quad (26)$$

where A_{40} is a $k \times k$ invertible matrix over $\mathbb{F}_q$. Based on Algorithm 1, the linear code $\mathcal{C}$ of length n and type $\{\frac{n}{2}, 0, 0\}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ with generator matrix

$$G = \begin{bmatrix} I_k & A_{40} + uA_{41} + u^2A_{42} \end{bmatrix} \quad (27)$$

is Hermitian self-dual. Since $\mathcal{C}$ is a free code, $\text{wt}(\mathcal{C}) = \text{wt}(\mathcal{C}_1) = d$ by [18, Corollary 4.3]. Hence, the following two theorems can be derived directly.

Theorem 3.6. *Let q be a prime power and let n be an even positive integer. If there exists an $[n, \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1]_q$ MDS Hermitian self-dual code over $\mathbb{F}_q$, then an MDS Hermitian self-dual code of length n over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ of type $\{\frac{n}{2}, 0, 0\}$ can be constructed with minimum Hamming weight $\frac{n}{2} + 1$.*

Proof. Assume that there exists an $[n, \frac{n}{2}, \frac{n}{2} + 1]_q$ MDS Hermitian self-dual code $\mathcal{C}_1$ over $\mathbb{F}_q$ with generator matrix of the form (26). By Algorithm 1, a linear code $\mathcal{C}$ of length n and type $\{\frac{n}{2}, 0, 0\}$ over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ with generator matrix of the form (27) is Hermitian self-dual. Since $\mathcal{C}$ is free, we have $\text{wt}(\mathcal{C}) = \text{wt}(\mathcal{C}_1) = \frac{n}{2} + 1$ and $\log_{q^3}(|\mathcal{C}|) = \frac{n}{2} = \dim(\mathcal{C}_1)$ by the discussion above. Hence, $\text{wt}(\mathcal{C}) = \frac{n}{2} + 1 = n - \log_{q^3}(|\mathcal{C}|) + 1$ which implies that $\mathcal{C}$ is MDS. $\square$

Using the above theorem, numerous MDS Hermitian self-dual codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ can be construct based on known MDS Hermitian self-dual codes over $\mathbb{F}_q$ (see, for example, [13], [17], [24]).

4. Self-dual quasi-abelian codes over principal ideal group algebras

In this section, the study of quasi-abelian codes over principal ideal group algebras is given. In the special case where the field characteristic is 3 and the Sylow 3-subgroup of the underlying finite abelian group has order 3, complete characterization and enumeration of quasi-abelian codes and self-dual quasi-abelian codes are presented in terms linear codes and self-dual linear codes over $\mathbb{F}_{3^m} + u\mathbb{F}_{3^m} + u^2\mathbb{F}_{3^m}$ obtained in [3], [4] and Section 3.

4.1. Group rings and quasi-abelian codes

Let R be a finite commutative ring with nonzero identity and let G be a finite abelian group. Then

$$R[G] = \left\{ \sum_{g \in G} \alpha_g Y^g \mid \alpha_g \in R, g \in G \right\}$$

is a commutative ring under the addition and multiplication given for the usual polynomial ring over R with indeterminate Y , where the indices are computed additively in G . The ring $R[G]$ is called a *group ring of G over R* . In the case where R is the finite field $\mathbb{F}_{p^m}$, the group ring $\mathbb{F}_{p^m}[G]$ is called a *group algebra of G over $\mathbb{F}_{p^m}$* and it is called a *Principal Ideal Group Algebra (PIGA)* if every ideal in $\mathbb{F}_{p^m}[G]$ is principal. The readers may refer to [15] for more details on group rings. A linear code of length $|G|$ over R can be viewed as an embedded R -submodule of the R -module in $R[G]$ by indexing the $|G|$ -tuples by the elements in G . Given a subgroup H of G with index $n = [G : H]$, a linear code $\mathcal{C}$ of length $|G|$ viewed as an R -submodule of $R[G]$ is called an *H -quasi-abelian code* (specifically, an *H -quasi-abelian code of index n*) in $R[G]$ if $\mathcal{C}$ is an $R[H]$ -module, i.e., $\mathcal{C}$ is closed under the multiplication by the elements in $R[H]$. Such a code will be called a quasi-abelian code if H is not specified or where it is clear in the context.

Let $\{g_1, g_2, \dots, g_n\}$ be a fixed set of representatives of the cosets of H in G . Let $\mathcal{R} := \mathbb{F}_q[H]$. Define $\Phi : \mathbb{F}_q[G] \rightarrow \mathcal{R}^n$ by

$$\Phi \left(\sum_{h \in H} \sum_{i=1}^n \alpha_{h+g_i} Y^{h+g_i} \right) = (\alpha_1(Y), \alpha_2(Y), \dots, \alpha_n(Y)),$$

where $\alpha_i(Y) = \sum_{h \in H} \alpha_{h+g_i} Y^h \in \mathcal{R}$ for all $i = 1, 2, \dots, n$. It is well known that Φ is an $\mathcal{R}$ -module isomorphism interpreted as follows.

Lemma 4.1 ([10, Lemma 2.1]). *The map Φ induces a one-to-one correspondence between H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_q[G]$ and linear codes of length n over $\mathcal{R}$.*

We note that a group algebra $\mathbb{F}_{p^m}[H]$ is semisimple if and only if the Sylow p -subgroup of H is trivial (see [20, Chapter 2: Theorem 4.2]), and it is a PIGA if and only if the Sylow p -subgroup of H is cyclic (see [6]). In [10], complete characterization and enumeration of H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[G]$ have been established in the case where $\mathbb{F}_{p^m}[H]$ is semisimple. Here, we focus on a more general case where $\mathbb{F}_{p^m}[H]$ is a PIGA, or equivalently, the Sylow p -subgroup of H is cyclic. Precisely, $H \cong A \times \mathbb{Z}_{p^m i}$ and $G \cong A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B$, where s is a non-negative integer, A and B are finite abelian groups such that $p \nmid |A|$. General characterization is given in Subsection 4.2. In the special case where $p = 3$ and $s = 1$, complete characterization and enumeration of $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes and self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ are given in Subsection 4.3.

4.2. $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -Quasi-Abelian Codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$

We focus on H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[G]$, where $\mathbb{F}_{p^m}[H]$ is a PIGA. Equivalently, $H \cong A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ and $G \cong A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B$, where s is a positive integer, A and B are finite abelian groups such that $p \nmid |A|$ (see [6] and [12]).

Note that the group algebra $\mathbb{F}_{p^m}[A]$ is semisimple [2] and it can be decomposed using the Discrete Fourier Transform in [23] (see [12] and [11] for more details). For completeness, the decomposition used in this paper are summarized as follows.

For co-prime positive integers i and j , denote by $\text{ord}_j(i)$ the multiplicative order of i modulo j . For each $a \in A$, denote by $\text{ord}(a)$ the additive order of a in A and the p^m -cyclotomic class of A containing

$a \in A$ is defined to be the set

$$S_{p^m}(a) := \{p^{mi} \cdot a \mid i = 0, 1, \dots\} = \{p^{mi} \cdot a \mid 0 \leq i < \text{ord}_{\text{ord}(a)}(p^m)\},$$

where $p^{ki} \cdot a := \sum_{j=1}^{p^{mi}} a$ in A . A subset $\{a_1, a_2, \dots, a_t\}$ of A is called a *complete set of representatives* of p^m -cyclotomic classes of A if $S_{p^m}(a_1), S_{p^m}(a_2), \dots, S_{p^m}(a_t)$ are distinct and $\bigcup_{i=1}^t S_{p^m}(a_i) = A$.

An *idempotent* in $\mathbb{F}_{p^m}[A]$ is a nonzero element e such that $e^2 = e$. It is called *primitive* if for every other idempotent f , either $ef = e$ or $ef = 0$. The existence of primitive idempotent elements in $\mathbb{F}_{p^m}[A]$ is proved in [5]. They are induced by the p^m -cyclotomic classes of A (see [5, Proposition II.4]). Consequently, $\mathbb{F}_{p^m}[A]$ can be viewed as a direct sum of principal ideals generated by these primitive idempotent elements.

Proposition 4.2 ([5, Corollary III.6]). *Let $\{a_1, a_2, \dots, a_t\}$ be a complete set of representatives of p^m -cyclotomic classes of a finite abelian group A where $p \nmid |A|$ and let e_i be the primitive idempotent induced by $S_{p^m}(a_i)$ for all $1 \leq i \leq t$. Then*

$$\mathbb{F}_{p^m}[A] = \bigoplus_{i=1}^t \mathbb{F}_{p^m}[A]e_i \cong \prod_{i=1}^t \mathbb{F}_{p^{m_i}},$$

where $m_i = m \cdot \text{ord}_{\text{ord}(a_i)}(p^m)$.

A FIGA $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}]$ can be decomposed in the following theorem.

Theorem 4.3. *Let s be a positive integer. Let $\{a_1, a_2, \dots, a_t\}$ be a complete set of representatives of p^m -cyclotomic classes of a finite abelian group A where $p \nmid |A|$. Then*

$$\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}] \cong \prod_{i=1}^t \left(\mathbb{F}_{p^{m_i}} + u\mathbb{F}_{p^{m_i}} + \dots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m_i}} \right)$$

where $m_i = m \cdot \text{ord}_{\text{ord}(a_i)}(p^m)$ for all $1 \leq i \leq t$.

Proof. For each $1 \leq i \leq t$, let e_i be the primitive idempotent induced by $S_{p^m}(a_i)$. From Proposition 4.2, we have

$$\mathbb{F}_{p^m}[A] \cong \mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}]e_i \cong \prod_{i=1}^t \mathbb{F}_{p^{m_i}}, \quad (28)$$

and hence,

$$\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}] \cong (\mathbb{F}_{p^m}[A])[\mathbb{Z}_{p^s}] \cong \prod_{i=1}^t \mathbb{F}_{p^{m_i}}[\mathbb{Z}_{p^s}]. \quad (29)$$

Under the ring isomorphism that fixes the elements in $\mathbb{F}_{p^{m_i}}$ and $Y^1 \mapsto u + 1$, it is not difficult to see that

$$\mathbb{F}_{p^{m_i}}[\mathbb{Z}_{p^s}] \cong \mathbb{F}_{p^{m_i}} + u\mathbb{F}_{p^{m_i}} + \dots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m_i}} \quad (30)$$

as rings. Therefore,

$$\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}] \cong \prod_{i=1}^t \left(\mathbb{F}_{p^{m_i}} + u\mathbb{F}_{p^{m_i}} + \dots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m_i}} \right) \quad (31)$$

as desired. $\square$

For each finite abelian group B of order n , every $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ can be viewed as a linear code of length n over $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}]$ by Lemma 4.1. The next corollary follows directly from Theorem 4.3.

Corollary 4.4. *Let s and m be positive integers. Let A and B be finite abelian groups such that $|B| = n$ and $p \nmid |A|$. Then every $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code $\mathcal{C}$ in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ can be viewed as*

$$\mathcal{C} \cong \prod_{i=1}^t \mathcal{C}_i,$$

where $\mathcal{C}_i$ is a linear code of length n over $\mathbb{F}_{p^{m_i}} + u\mathbb{F}_{p^{m_i}} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m_i}}$ for all $i = 1, 2, \dots, t$.

The enumeration of $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ is given as follows.

Theorem 4.5. *Let s and m be positive integers. Let A and B be finite abelian groups such that $|B| = n$ and the exponent of A is M and $p \nmid M$. Then the number of $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ is*

$$\prod_{d|M} \left(N_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n) \right)^{\frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}},$$

where $\mathcal{N}_A(d)$ is the number of elements of order d in A determined in [1] and $N_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n)$ is the number of linear codes of length n over $\mathbb{F}_{p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}} + u\mathbb{F}_{p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}}$ determined in [4, Lemma 2.2].

Proof. From Theorem 4.3, it suffices to determine the number of linear codes of length n over the ring $\mathbb{F}_{p^{m_i}} + u\mathbb{F}_{p^{m_i}} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m_i}}$ for all $i = 1, 2, \dots, t$.

For each divisor d of M , each p^m -cyclotomic class containing an element of order d has $\text{ord}_d(p^m)$ elements and the number of such p^m -cyclotomic classes is $\frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}$. By Theorem 4.3, it follows that the number of linear codes of length n over $\mathbb{F}_{p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}} + u\mathbb{F}_{p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}}$ corresponding to d is

$$\left(N_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n) \right)^{\frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}}.$$

By taking the summation over all the divisors d of M , the desired result follows. $\square$

Example 4.6. *Let $A \leq H \leq G$ be finite abelian groups such that $A \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$, $H \cong A \times \mathbb{Z}_3$, and $G \cong H \times \mathbb{Z}_4$. Then the 3-cyclotomic classes of A are $S_3((0,0)) = \{(0,0)\}$, $S_3((0,2)) = \{(0,2)\}$, $S_3((1,0)) = \{(1,0)\}$, $S_3((1,2)) = \{(1,2)\}$, $S_3((0,1)) = \{(0,1), (0,3)\}$, and $S_3((1,1)) = \{(1,1), (1,3)\}$. It follows that $\text{ord}_{\text{ord}((0,0))}(3) = \text{ord}_{\text{ord}((0,2))}(3) = \text{ord}_{\text{ord}((1,0))}(3) = \text{ord}_{\text{ord}((1,2))}(3) = 1$ and $\text{ord}_{\text{ord}((0,1))}(3) = \text{ord}_{\text{ord}((1,1))}(3) = 2$. By Proposition 4.2, $\mathbb{F}_3[A]$ has 4 primitive idempotents e_i such that $\mathbb{F}_3[A]e_i \cong \mathbb{F}_3$ and 2 primitive idempotents e_j such that $\mathbb{F}_3[A]e_j \cong \mathbb{F}_9$. Such primitive idempotents are induced by the above 6 cyclotomic classes while their explicit forms can be determined using [5, Proposition II.4]. Consequently,*

$$\mathbb{F}_3[A] \cong \mathbb{F}_3 \times \mathbb{F}_3 \times \mathbb{F}_3 \times \mathbb{F}_3 \times \mathbb{F}_9 \times \mathbb{F}_9$$

and

$$\mathbb{F}_3[H] = \mathbb{F}_3[A \times \mathbb{Z}_3] \cong \mathbb{F}_3[\mathbb{Z}_3] \times \mathbb{F}_3[\mathbb{Z}_3] \times \mathbb{F}_3[\mathbb{Z}_3] \times \mathbb{F}_3[\mathbb{Z}_3] \times \mathbb{F}_9[\mathbb{Z}_3] \times \mathbb{F}_9[\mathbb{Z}_3].$$

By Proposition 4.3, we have $\mathbb{F}_3[\mathbb{Z}_3] \cong \mathbb{F}_3 + u\mathbb{F}_3 + u^2\mathbb{F}_3$ and $\mathbb{F}_9[\mathbb{Z}_3] \cong \mathbb{F}_9 + u\mathbb{F}_9 + u^2\mathbb{F}_9$, where $u^3 = 0$. Hence,

$$\mathbb{F}_3[H] \cong \prod_{i=1}^4 (\mathbb{F}_3 + u\mathbb{F}_3 + u^2\mathbb{F}_3) \times \prod_{j=1}^2 (\mathbb{F}_9 + u\mathbb{F}_9 + u^2\mathbb{F}_9). \quad (32)$$

Using Corollary 4.4, every H -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_3[G]$ is isomorphic to a code of the form

$$\mathcal{C}_1 \times \mathcal{C}_2 \times \mathcal{C}_3 \times \mathcal{C}_4 \times \mathcal{C}_5 \times \mathcal{C}_6,$$

where $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$, and $\mathcal{C}_4$ are linear codes of length $|\mathbb{Z}_4| = 4$ over $\mathbb{F}_3 + u\mathbb{F}_3 + u^2\mathbb{F}_3$, and $\mathcal{C}_5$ and $\mathcal{C}_6$ are linear codes of length 4 over $\mathbb{F}_9 + u\mathbb{F}_9 + u^2\mathbb{F}_9$.

In the next subsections, we focus on self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ with respect to both the Euclidean and Hermitian inner products.

4.3. Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$

Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ is studied in terms of the following types of p^m -cyclotomic classes. A p^m -cyclotomic class $S_{p^m}(a)$ is said to be of *type I* if $a = -a$ (in this case, $S_{p^m}(a) = S_{p^m}(-a)$), *type II* if $S_{p^m}(a) = S_{p^m}(-a)$ and $a \neq -a$, or *type III* if $S_{p^m}(-a) \neq S_{p^m}(a)$. The primitive idempotent e induced by $S_{p^m}(a)$ is said to be of type $\lambda \in \{\text{I}, \text{II}, \text{III}\}$ if $S_{p^m}(a)$ is a p^m -cyclotomic class of type λ .

Rearrange the terms in the decomposition in Theorem 4.3 based on the p^m -cyclotomic classes of types I, II and III, we have the next theorem.

Theorem 4.7. *Let m and s be positive integers and let A be a finite abelian group such that $p \nmid |A|$. Then*

$$\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}] \cong \left(\prod_{i=1}^{r_{\text{I}}} \mathcal{R}_i \right) \times \left(\prod_{j=1}^{r_{\text{II}}} \mathcal{S}_j \right) \times \left(\prod_{l=1}^{(r_{\text{III}})/2} (\mathcal{T}_l \times \mathcal{T}_l) \right),$$

where $r_{\text{I}}, r_{\text{II}}$ and r_{III} are the numbers of elements in a complete set of representatives of p^m -cyclotomic classes of A of types I, II, and III, respectively, $\mathcal{R}_i = \mathbb{F}_{p^m} + u\mathbb{F}_{p^m} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^m}$ for all $i = 1, 2, \dots, r_{\text{I}}$, $\mathcal{S}_j = \mathbb{F}_{p^{m_{r_{\text{I}}+j}}} + u\mathbb{F}_{p^{m_{r_{\text{I}}+j}}} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m_{r_{\text{I}}+j}}}$ for all $j = 1, 2, \dots, r_{\text{II}}$, and $\mathcal{T}_l = \mathbb{F}_{p^{m_{r_{\text{I}}+r_{\text{II}}+l}}} + u\mathbb{F}_{p^{m_{r_{\text{I}}+r_{\text{II}}+l}}} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m_{r_{\text{I}}+r_{\text{II}}+l}}}$ for all $l = 1, 2, \dots, (r_{\text{III}})/2$.

Using Theorem 4.7 and the analysis similar to those in [11, Section II.D], a $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code $\mathcal{C}$ in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ and its Euclidean dual are given.

Proposition 4.8. *Let s and m be positive integers. Let A and B be finite abelian groups such that $|B| = n$ and $p \nmid |A|$. Then an $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ can be viewed as*

$$\mathcal{C} \cong \left(\prod_{i=1}^{r_{\text{I}}} \mathcal{B}_i \right) \times \left(\prod_{j=1}^{r_{\text{II}}} \mathcal{C}_j \right) \times \left(\prod_{l=1}^{(r_{\text{III}})/2} (\mathcal{D}_l \times \mathcal{D}'_l) \right), \quad (33)$$

where $\mathcal{B}_i, \mathcal{C}_j, \mathcal{D}_l$ and $\mathcal{D}'_l$ are linear codes of length n over $\mathcal{R}_i, \mathcal{S}_j, \mathcal{T}_l$ and $\mathcal{T}_l$, respectively, for all $i = 1, 2, \dots, r_{\text{I}}, j = 1, 2, \dots, r_{\text{II}}$ and $l = 1, 2, \dots, (r_{\text{III}})/2$.

Furthermore, the Euclidean dual of $\mathcal{C}$ in (33) is of the form

$$\mathcal{C}^{\perp_{\text{E}}} \cong \left(\prod_{i=1}^{r_{\text{I}}} \mathcal{B}_i^{\perp_{\text{E}}} \right) \times \left(\prod_{j=1}^{r_{\text{II}}} \mathcal{C}_j^{\perp_{\text{H}}} \right) \times \left(\prod_{l=1}^{(r_{\text{III}})/2} ((\mathcal{D}'_l)^{\perp_{\text{E}}} \times \mathcal{D}_l^{\perp_{\text{E}}}) \right).$$

The characterization of Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ is established in terms of a product of linear codes, Euclidean self-dual linear codes, and Hermitian self-dual linear codes over Galois extensions of the ring $\mathbb{F}_{p^m} + u\mathbb{F}_{p^m} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^m}$.

Corollary 4.9. *Let s and m be positive integers. Let A and B be finite abelian groups such that $|B| = n$ and $p \nmid |A|$. Then a $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code $\mathcal{C}$ in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ is Euclidean self-dual if and only if in the decomposition (33),*

- i) $\mathcal{B}_i$ is a Euclidean self-dual linear code of length n over $\mathcal{R}_i$ for all $i = 1, 2, \dots, r_{\text{I}}$,
- ii) $\mathcal{C}_j$ is a Hermitian self-dual linear code of length n over $\mathcal{S}_j$ for all $j = 1, 2, \dots, r_{\text{II}}$, and
- iii) $\mathcal{D}'_l = \mathcal{D}_l^{\perp_E}$ is a linear code of length n over $\mathcal{T}_l$ for all $l = 1, 2, \dots, (r_{\text{III}})/2$.

From Corollary 4.9, the Euclidean self-duality of $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code $\mathcal{C}$ in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ depends only on the structure of $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ and the index $n = |B|$ but not the structure of B itself.

Given positive integers m and j , the pair (j, p^m) is said to be *good* if j divides $p^{mt} + 1$ for some positive integer t , and *bad* otherwise. This notion have been introduced in [8] and [11] for the enumeration of self-dual cyclic codes and self-dual abelian codes over finite fields and it is completely determined in [9]. Let χ be a function defined on pairs (j, p^m) as follows.

$$\chi(j, p^m) = \begin{cases} 0 & \text{if } (j, p^m) \text{ is good,} \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (34)$$

The number of Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code $\mathcal{C}$ in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ can be determined as follows.

Theorem 4.10. *Let s and m be positive integers. Let A and B be finite abelian groups such that $|B| = n$ is even and the exponent of A is M and $p \nmid M$. Then the number of Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ is*

$$\begin{aligned} (NE_{p^s}(p^m, n))^{\sum_{d|M, \text{ord}_d(p^m)=1} (1-\chi(d, p^m))\mathcal{N}_A(d)} &\times \prod_{\substack{d|M \\ \text{ord}_d(p^m) \neq 1}} \left(NH_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n) \right)^{(1-\chi(d, p^m)) \frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}} \\ &\times \prod_{d|M} \left(N_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n) \right)^{\chi(d, p^m) \frac{\mathcal{N}_A(d)}{2 \text{ord}_d(p^m)}}, \end{aligned}$$

where $\mathcal{N}_A(d)$ denotes the number of elements in A of order d determined in [1].

Proof. From Corollary 4.9, it suffices to determine the numbers of linear codes $\mathcal{B}_i$'s, $\mathcal{C}_j$'s, and $\mathcal{D}_l$'s such that $\mathcal{B}_i$ and $\mathcal{C}_j$ are Euclidean and Hermitian self-dual, respectively.

From [12, Remark 2.5], the elements in A of the same order are partitioned into p^m -cyclotomic classes of the same type. For each divisor d of M , a p^m -cyclotomic class containing an element of order d has cardinality $\text{ord}_d(p^m)$ and the number of such p^m -cyclotomic classes is $\frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}$. We consider the following 3 cases.

Case 1: $\chi(d, p^m) = 0$ and $\text{ord}_d(3^k) = 1$. By [11, Remark 2.6], every 3^k -cyclotomic class of A containing an element of order d is of type I. Since there are $\frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}$ such p^m -cyclotomic classes, the number of Euclidean self-dual linear codes $\mathcal{B}_i$'s of length n corresponding to d is

$$(NE_{p^s}(p^m, n))^{\frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}} = (NE_{p^s}(p^m, n))^{(1-\chi(d, p^m))\mathcal{N}_A(d)}.$$

Case 2: $\chi(d, p^m) = 0$ and $\text{ord}_d(p^m) \neq 1$. By [11, Remark 2.6], every p^m -cyclotomic class of A containing an element of order d is of type II and of even cardinality $\text{ord}_d(p^m)$. Hence, the number of Hermitian self-dual linear codes $\mathcal{C}_j$'s of length n corresponding to d is

$$\left(NH_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n) \right)^{\frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}} = \left(NH_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n) \right)^{(1-\chi(d, p^m)) \frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}}.$$

Case 3: $\chi(d, p^m) = 1$. By [11, Lemma 4.5], every p^m -cyclotomic class of A containing an element of order d is of type III. Then the number of linear codes D_i 's of length n corresponding to d is

$$\left(N_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n)\right)^{\frac{N_A(d)}{2 \cdot \text{ord}_d(p^m)}} = \left(N_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, n)\right)^{\chi(d, p^m) \frac{N_A(d)}{2 \cdot \text{ord}_d(p^m)}}.$$

The formula for the number of Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ follows since d runs over all divisors of M . $\square$

Remark 4.11. In general, the numbers $NE_{p^s}(p^m, n)$ and $NH_{p^s}(p^m, n)$ in Theorem 4.10 have not been well studied. In the case where the field characteristic is 3, we have the following conclusions.

1. The numbers $N_3(3^m, n)$, $NE_3(3^m, n)$ and $NH_3(3^m, n)$ have been determined in Proposition 2.1, [3, Theorem 1] and Theorem 3.4. By Theorem 4.10, the enumeration for Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ is completed. .
2. The construction/characterization of linear, Euclidean self-dual and Hermitian self-dual codes of length n over $\mathbb{F}_{3^m} + u\mathbb{F}_{3^m} + u^2\mathbb{F}_{3^m}$ have been given in [3], [4] and in the proof of Proposition 3.3. Hence, the construction/characterization of Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ can be obtained from Corollary 4.9.
3. Note that, if n is odd, there are no Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_{3^m} + u\mathbb{F}_{3^m} + u^2\mathbb{F}_{3^m}$ by Theorem 3.4. Hence, there are no Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ for all abelian groups B of odd order.

Example 4.12. Let $A \leq H \leq G$ be finite abelian groups such that $A \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$, $H \cong A \times \mathbb{Z}_3$, and $G \cong H \times \mathbb{Z}_4$. From Example 4.6, it is easily seen that the 3-cyclotomic classes $S_3((0, 0)) = \{(0, 0)\}$, $S_3((0, 2)) = \{(0, 2)\}$, $S_3((1, 0)) = \{(1, 0)\}$, $S_3((1, 2)) = \{(1, 2)\}$ of $A \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4$ are of type I, the 3-cyclotomic classes $S_3((0, 1)) = \{(0, 1), (0, 3)\}$ and $S_3((1, 1)) = \{(1, 1), (1, 3)\}$ are of type II, and there are no 3-cyclotomic classes of type III. Then $r_I = 4$, $r_{II} = 2$, and $r_{III} = 0$. In view of Theorem 4.7, (32) is recalled as

$$\mathbb{F}_3[H] \cong \prod_{i=1}^4 (\mathbb{F}_3 + u\mathbb{F}_3 + u^2\mathbb{F}_3) \times \prod_{j=1}^2 (\mathbb{F}_9 + u\mathbb{F}_9 + u^2\mathbb{F}_9).$$

Hence, by Corollary 4.9, each Euclidean self-dual H -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_3[G]$ is isomorphic to a code of the form

$$C_1 \times C_2 \times C_3 \times C_4 \times C_5 \times C_6,$$

where C_1, C_2, C_3 , and C_4 are Euclidean self-dual linear codes of length 4 over $\mathbb{F}_3 + u\mathbb{F}_3 + u^2\mathbb{F}_3$, and C_5 and C_6 are Hermitian self-dual linear codes of length 4 over $\mathbb{F}_9 + u\mathbb{F}_9 + u^2\mathbb{F}_9$.

4.4. Hermitian self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$

In this subsection, we focus on the case where m is even and study Hermitian self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$.

The characterization and enumeration of Hermitian self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ are given based on the decomposition of a group algebra $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}]$ in terms of the following types of p^m -cyclotomic classes of A . A p^m -cyclotomic class $S_{p^m}(a)$ is said to be of type I if $S_{p^m}(a) = S_{p^m}(-p^{\frac{m}{2}}a)$ or type II if $S_{p^m}(a) \neq S_{p^m}(-p^{\frac{m}{2}}a)$. The primitive idempotent e induced by $S_{p^m}(a)$ is said to be of type $\lambda \in \{I, II\}$ if $S_{p^m}(a)$ is a p^m -cyclotomic class of type λ .

Rearrange the terms in the decomposition in Theorem 4.3 based on the p^m -cyclotomic classes of types I and II, the next theorem follows.

Theorem 4.13. Let m be an even positive integer and let A be a finite abelian group such that $p \nmid |A|$.

$$\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s}] \cong \left(\prod_{j=1}^{r_I} \mathcal{S}_j \right) \times \left(\prod_{l=1}^{(r_{II})/2} (\mathcal{T}_l \times \mathcal{T}_l) \right),$$

where r_I and r_{II} are the numbers of elements in a complete set of representatives of p^m -cyclotomic classes of A of types I and II, respectively, $\mathcal{S}_j = \mathbb{F}_{p^{m_j}} + u\mathbb{F}_{p^{m_j}} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{m_j}}$ for all $j = 1, 2, \dots, r_I$ and $\mathcal{T}_l = \mathbb{F}_{p^{mr_I+l}} + u\mathbb{F}_{p^{kr_I+l}} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^{mr_I+l}}$ for all $l = 1, 2, \dots, (r_{II})/2$.

Using Theorem 4.13 and the analysis similar to those in [12, Section II.D], the $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code $\mathcal{C}$ in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ and its Hermitian dual are given.

Proposition 4.14. Let s and m be positive integers such that m is even. Let A and B be finite abelian groups such that $|B| = n$ and $p \nmid |A|$. Then an $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ can be viewed as

$$\mathcal{C} \cong \left(\prod_{j=1}^{r_I} \mathcal{C}_j \right) \times \left(\prod_{l=1}^{(r_{II})/2} (\mathcal{D}_l \times \mathcal{D}'_l) \right), \quad (35)$$

where $\mathcal{C}_j$, $\mathcal{D}_l$ and $\mathcal{D}'_l$ are linear codes of length n over $\mathcal{S}_j$, $\mathcal{T}_l$ and $\mathcal{T}_l$, respectively, for all $j = 1, 2, \dots, r_I$ and $l = 1, 2, \dots, (r_{II})/2$.

Furthermore, the Hermitian dual of $\mathcal{C}$ in (35) is of the form

$$\mathcal{C}^{\perp_H} \cong \left(\prod_{j=1}^{r_I} \mathcal{C}_j^{\perp_H} \right) \times \left(\prod_{l=1}^{(r_{II})/2} ((\mathcal{D}'_l)^{\perp_E} \times \mathcal{D}_l^{\perp_E}) \right).$$

The characterization of Hermitian self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ in term of a product of linear codes, and Hermitian self-dual linear codes over Galois extensions of the ring $\mathbb{F}_{p^m} + u\mathbb{F}_{p^m} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^m}$ is established.

Corollary 4.15. Let s and m be positive integers such that m is even. Let A and B be finite abelian groups such that $|B| = n$ and $p \nmid |A|$. Then an $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ is Hermitian self-dual if and only if in the decomposition (35),

- i) $\mathcal{C}_j$ is a Hermitian self-dual linear code of length n over $\mathcal{S}_j$ for all $j = 1, 2, \dots, r_I$, and
- ii) $\mathcal{D}'_l = \mathcal{D}_l^{\perp_E}$ is a linear code of length n over $\mathcal{T}_l$ for all $l = 1, 2, \dots, (r_{II})/2$.

From Corollary 4.15, it follows that the Hermitian self-duality of $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ depends only on the structure of $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ and the index $n = |B|$ but not the structure of B itself.

Given a positive integer m and a positive integer j , the pair (j, p^m) is said to be *oddly good* if j divides $p^{mt} + 1$ for some odd positive integer t . This notion has been introduced in [12] for characterizing the Hermitian self-dual abelian codes in principal ideal group algebra and completely determined in [9].

Let λ be a function defined on the pair (j, p^m) as

$$\lambda(j, p^m) = \begin{cases} 0 & \text{if } (j, p^m) \text{ is oddly good,} \\ 1 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (36)$$

The number of Hermitian self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ can be determined as follows.

Theorem 4.16. *Let s and m be positive integers such that m is even. Let A and B be finite abelian groups such that $|B| = n$ is even and the exponent of A is M and $p \nmid M$. Then the number of Euclidean self-dual $A \times \mathbb{Z}_{p^s}$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times \mathbb{Z}_{p^s} \times B]$ is*

$$\prod_{d|M} \left(NH_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, p^s) \right)^{(1 - \lambda(d, p^{\frac{m}{2}})) \frac{\mathcal{N}_A(d)}{\text{ord}_d(p^m)}} \times \prod_{d|M} \left(N_{p^s}(p^{m \cdot \text{ord}_d(p^m)}, p^s) \right)^{\lambda(d, p^{\frac{m}{2}}) \frac{\mathcal{N}_A(d)}{2 \text{ord}_d(p^m)}},$$

where $\mathcal{N}_A(d)$ denotes the number of elements of order d in A determined in [1].

Proof. By Corollary 4.15, it is enough to determine the numbers linear codes $\mathcal{C}_j$'s and $\mathcal{D}_l$'s of length n in (35) such that $\mathcal{C}_j$ is Hermitian self-dual. The result can be deduced using arguments similar to those in the proof of Theorem 4.10, where [12, Lemma 3.5] is applied instead of [11, Lemma 4.5]. $\square$

Remark 4.17. *In general, the number $NH_{p^s}(p^m, n)$ of Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_{p^m} + u\mathbb{F}_{p^m} + \cdots + u^{p^s-1}\mathbb{F}_{p^m}$ in Theorem 4.16 has not been well studied. In the case where the field characteristic is 3, we have the following results.*

1. *The numbers $N_3(p^m, n)$ and $NH_3(3^m, n)$ have been determined in Proposition 2.1 and Theorem 3.4. Hence, the complete enumeration of Hermitian self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ follows.*
2. *The construction/characterization of linear and Hermitian self-dual dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_{3^m} + u\mathbb{F}_{3^m} + u^2\mathbb{F}_{3^m}$ have been given in [4] and in the proof of Proposition 3.3. Hence, the construction/characterization of Hermitian self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian code in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ can be obtained from Corollary 4.15.*
3. *Note that, if n is odd, there are no Hermitian self-dual linear codes of length n over $\mathbb{F}_{3^m} + u\mathbb{F}_{3^m} + u^2\mathbb{F}_{3^m}$ by Theorem 3.4. Hence, there are no Hermitian self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ for all abelian groups B of odd order.*

5. Conclusion and remarks

By extending the technique used in the study of Euclidean self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ in [3], complete characterization and enumeration of Hermitian self-dual linear codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$ have been established for all square prime powers q . An algorithm for constructions of such self-dual codes has been provided as well as an illustrative example. Subsequently, algebraic characterization of H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[G]$ has been studied, where $H \leq G$ are finite abelian groups and the Sylow p -subgroup of H is cyclic, or equivalently, $\mathbb{F}_{p^m}[H]$ is a principal ideal group algebra. In the special case where $H \cong A \times \mathbb{Z}_3$ with $3 \nmid |A|$, characterization and enumeration of H -quasi-abelian codes and self-dual H -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[H \times B]$ have been completely determined for all finite abelian group B . As applications, characterization and enumeration of self-dual $A \times \mathbb{Z}_3$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{3^m}[A \times \mathbb{Z}_3 \times B]$ can be presented in terms of linear codes and self-dual linear codes over some extensions of $\mathbb{F}_{3^m} + u\mathbb{F}_{3^m} + u^2\mathbb{F}_{3^m}$ determined in [3], [4] and Section 3.

In general, it would be interesting to study $A \times P$ -quasi-abelian codes and self-dual $A \times P$ -quasi-abelian codes in $\mathbb{F}_{p^m}[A \times P \times B]$ for all primes p and finite abelian p -groups P . For $e \geq 4$, characterization and enumeration of self-dual linear codes over $\mathbb{F}_{p^m} + u\mathbb{F}_{p^m} + \cdots + u^{e-1}\mathbb{F}_{p^m}$ are other interesting problems.

Acknowledgment: The authors would like to thank the anonymous referees for their helpful comments.

References

- [1] S. Benson, Students ask the darnedest things: A result in elementary group theory, *Math. Mag.* 70 (1997) 207–211.
- [2] S. D. Berman, Semi-simple cyclic and abelian codes, *Kibernetika* 3 (1967) 21–30.
- [3] R. A. Betty, F. Nemenzo, T. L. Vasques, Mass formula for self-dual codes over $\mathbb{F}_q + u\mathbb{F}_q + u^2\mathbb{F}_q$, *J. Appl. Math. Comput.* 57 (2018) 523–546.
- [4] Y. Cao, Y. Gao, Repeated root cyclic $\mathbb{F}_q$ -linear codes over $\mathbb{F}_{q^t}$, *Finite Fields Appl.* 31 (2015) 202–227.
- [5] C. Ding, D. R. Kohel, S. Ling, Split group codes, *IEEE Trans. Inform. Theory* 46 (2000) 485–495.
- [6] J. L. Fisher, S. K. Sehgal, Principal ideal group rings, *Comm. Algebra* 4 (1976) 319–325.
- [7] A. R. Hammons Jr., P. V. Kumar, A. R. Calderbank, N. J. A. Sloane, P. Solé, The $\mathbb{Z}_4$ linearity of Kerdock, Preparata, Goethals and related codes, *IEEE Trans. Inform. Theory* 40 (1994) 301–319.
- [8] Y. Jia, S. Ling, C. Xing, On self-dual cyclic codes over finite fields, *IEEE Trans. Inform. Theory* 57 (2011) 2243–2251.
- [9] S. Jitman, Good integers and some applications in coding theory, *Cryptogr. Commun.* 10 (2018) 685–704.
S. Jitman, Correction to: Good integers and some applications in coding theory, *Cryptogr. Commun.* 10 (2018) 1203–1203.
- [10] S. Jitman, S. Ling, Quasi-abelian codes, *Des. Codes Cryptogr.* 74 (2015) 511–531.
- [11] S. Jitman, S. Ling, H. Liu, X. Xie, Abelian codes in principal ideal group algebras, *IEEE Trans. Info. Theory* 59 (2013) 3046–3058.
- [12] S. Jitman, S. Ling, P. Solé, Hermitian self-dual abelian codes, *IEEE Trans. Info. Theory* 60 (2014) 1496–1507.
- [13] J.-L. Kim, Y. Lee, Euclidean and Hermitian self-dual MDS codes over large finite fields, *J. Combinat. Theory A* 105 (2004) 79–95.
- [14] F. J. MacWilliams, N. J. A. Sloane, *The Theory of Error-Correcting Codes*, NorthHolland, Amsterdam, 1977.
- [15] C. P. Milies, S. K. Sehgal, S. Sehgal, *An Introduction to Group Rings*, Springer Science Business Media, 2002.
- [16] K. Nagata, F. Nemenzo, H. Wada, The number of self-dual codes over $\mathbb{Z}_{p^3}$, *Des. Codes Cryptogr.* 50 (2009) 291–303.
- [17] Y. Niu, Q. Yue, Y. Wu, L. Hu, Hermitian self-dual, MDS, and generalized Reed-Solomon codes, *IEEE Commun. Lett.* 23 (2019) 781–784.
- [18] G. H. Norton, A. Sălăgean, On the Hamming distance of linear codes over a finite chain ring, *IEEE Trans. Info. Theory* 46 (2000) 1060–1067.
- [19] G. H. Norton, A. Sălăgean, On the structure of linear and cyclic codes over a finite chain ring, *AAECC* 10 (2000) 489–506.
- [20] D. S. Passman, *The Algebraic Structure of Group Rings*, Wiley, New York, 1977.
- [21] V. Pless, On the uniqueness of the Golay codes, *J. Comb. Theory* 5 (1968) 215–228.
- [22] E. M. Rains, N. J. A. Sloane, Self-dual codes. In: *Handbook of Coding Theory*, pp. 177–294. North-Holland, Amsterdam 1998.
- [23] B. S. Rajan, M. U. Siddiqi, Transform domain characterization of abelian codes, *IEEE Trans. Inform. Theory* 38 (1992) 1817–1821.
- [24] H. Tong, X. Wang, New MDS Euclidean and Hermitian self-dual codes over finite fields, *Advances in Pure Mathematics* 7 (2017) 325–333.

รายละเอียดของรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

- รหัสและชื่อรายวิชา

09113203 ทฤษฎีจำนวนและการประยุกต์
Number Theory and Applications
- จำนวนหน่วยกิต
3 (3-0-6) จำนวนหน่วยกิต (บรรยาย-ปฏิบัติ-ศึกษาด้วยตนเอง)
- หลักสูตรและประเภทของรายวิชา
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี หมวดวิชาเฉพาะ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ (ปี 2559)
- อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน
ผู้ช่วยศาสตราจารย์กุลประภา ศรีหมุด
- ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน
ภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษาที่ 2563
- รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)
09113201 หลักคณิตศาสตร์ จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)
- รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)
ไม่มี
- สถานที่เรียน
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี / สอนออนไลน์หรือเป็นไปตามประกาศของมหาวิทยาลัย
- วันที่จัดทำหรือปรับปรุงรายละเอียดรายวิชาครั้งล่าสุด
22 พฤศจิกายน 2563

หมวดที่2. จุดมุ่งหมายและวัตถุประสงค์

- จุดมุ่งหมายของรายวิชา
เพื่อให้ให้นักศึกษามีความรู้ในเรื่อง การหารลงตัว จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ สมภาค ระบบส่วนตกรังและทฤษฎีบทเศษเหลือของ
ชาวจีน ฟังก์ชันจำนวนนับ สมการไดโอแฟนไทน์ ตลอดจนสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้
- วัตถุประสงค์ในการพัฒนา/ปรับปรุงรายวิชา

เพื่อให้นักศึกษามีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน มีทักษะกระบวนการคิด มีทักษะการวิเคราะห์ การคิดคำนวณ การทำงานเป็นทีม การแสดงความคิดเห็น การอภิปราย การนำเสนอ มีทักษะการสืบค้นข้อมูล การใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ เกิดการเรียนรู้จากการสืบค้นข้อมูล และเห็นแนวทางการนำความรู้ในชั้นเรียนไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยได้

หมวดที่3. ลักษณะและการดำเนินการ

1. คำอธิบายรายวิชา

การหารลงตัว จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ สมภาค ระบบส่วนตกร้างและทฤษฎีบทเศษเหลือของชาวจีน ฟังก์ชันจำนวนนับ สมการไดโอแฟนไทน์ การประยุกต์ทฤษฎีจำนวน

Divisibility, prime and composite numbers, congruence, residue system and Chineseremainder theorem, number-theoretic functions, Diophantine equations, application of Number Theory

2. จำนวนชั่วโมงที่ใช้ต่อภาคการศึกษา

-

บรรยาย	การฝึกปฏิบัติ/การฝึกงาน	การศึกษาด้วยตนเอง	สอนเสริม
45 ชั่วโมง	ไม่มี	90 ชั่วโมง	ตามความต้องการของนักศึกษา

3. จำนวนชั่วโมงต่อสัปดาห์ที่อาจารย์ให้คำปรึกษาและแนะนำทางวิชาการแก่นักศึกษาเป็นรายบุคคล

1.อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาประกาศเวลาการให้คำปรึกษาผ่านทางประมวลความรู้รายวิชา

2. อาจารย์ผู้สอนให้คำปรึกษาเป็นรายบุคคลหรือรายกลุ่มเป็นเวลาไม่น้อยกว่า1ชั่วโมง/สัปดาห์

หมวดที่4. การพัฒนาการเรียนรู้ของนักศึกษา

1 คุณธรรม จริยธรรม

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	1. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษามีคุณธรรม จริยธรรม ด้านมีวินัย ซื่อสัตย์สุจริต และตรงต่อเวลา	-

●	2.มีระเบียบวินัย	1.ผู้สอนประพฤติตนเป็นแบบอย่างที่ดี 2.กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เพื่อให้มีระเบียบวินัย พร้อมทั้ง เน้น เรื่องการปฏิบัติตนที่เหมาะสม ถูกต้อง ตามกฎระเบียบ ข้อบังคับของมหาวิทยาลัย และกฎระเบียบของสังคมและเน้นให้ นักศึกษามีความซื่อสัตย์ทั้งต่อตนเองและต่อสังคม	1. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในการร่วมกิจกรรม การปฏิบัติตามกฎระเบียบและข้อปฏิบัติต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง 2. ประเมินผลจากการมีส่วนร่วมและการแสดงความคิดเห็นของนักศึกษาเมื่อทำงานร่วมกับผู้อื่น
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	1. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษามีคุณธรรม จริยธรรม ด้านมีวินัย ซื่อสัตย์สุจริต และตรงต่อเวลา	-

2 ความรู้

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	ใช้การสอนในหลากหลายรูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การบรรยาย อภิปราย การนำเสนอ ผลงาน การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นต้น	1. การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี 2. ประเมินผลงานจากงานที่ได้รับมอบหมาย 3. ประเมินผลจากการนำเสนอ รายงาน และการตอบคำถาม
●	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	ใช้การสอนในหลากหลายรูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การบรรยาย อภิปราย การนำเสนอ ผลงาน การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นต้น	1. การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี 2. ประเมินผลงานจากงานที่ได้รับมอบหมาย 3. ประเมินผลจากการนำเสนอ รายงาน และการตอบคำถาม

3 ทักษะทางปัญญา

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิด การคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปราย กลุ่ม การวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา กรณี	1.ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า 2. ประเมินจากการนำเสนอรายงาน และผลงาน

		ตัวอย่างหรือสถานการณ์ จำลอง กิจกรรมการ แก้ปัญหา (problem- solving task) การสะท้อนการ เรียนรู้ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ หรือ บันทึกประสบการณ์ส่วนบุคคล การทำ โครงการ	
○	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และ ภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับ สถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิด การคิดวิเคราะห์ การคิด สังเคราะห์ การคิดอย่างมี วิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมใน ลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปราย กลุ่ม การวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา กรณี ตัวอย่างหรือสถานการณ์ จำลอง กิจกรรมการ แก้ปัญหา (problem- solving task) การสะท้อนการ เรียนรู้ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ หรือ บันทึกประสบการณ์ส่วนบุคคล การทำ โครงการ	1.ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปาก เปล่า 2. ประเมินจากการนำเสนอรายงาน และผลงาน

4 ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและ สามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับ ความสำคัญของการทำงาน	จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้น การทำงานเป็นกลุ่มที่ต้องมีปฏิสัมพันธ์ ระหว่างบุคคลเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึก การเป็นผู้นำ และการเป็นสมาชิกที่ดี	-
○	2.มีความรับผิดชอบต่อสังคมและ องค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและ พัฒนางาน	ปลูกฝังให้นักศึกษามีความรับผิดชอบต่อ ตนเอง องค์กร และ สังคม รวมทั้งปลูกฝังในเรื่องของการ พัฒนาตนเอง และการพัฒนางาน	-

5 ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

สถานะ	ผลการเรียนรู้	กลยุทธ์/วิธีการสอน	กลยุทธ์/วิธีการประเมินผล
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทาง คณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการ วิเคราะห์ประมวลผลการ แก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่าง เหมาะสม	จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้ นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศใน การสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดย การมอบหมายงานให้นักศึกษา ค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม	1.ใช้การสอบข้อเขียน 2. ประเมินผลจากผลงานของนักศึกษา ที่ได้รับมอบหมาย

●	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษาทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสาร การสืบค้นและการรวบรวมข้อมูลโดยสอดคล้องในการจัดการเรียนการสอน	1. ใช้การสอบข้อเขียน 2. ประเมินผลจากผลงานของนักศึกษาที่ได้รับมอบหมาย
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษาทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสาร การสืบค้นและการรวบรวมข้อมูลโดยสอดคล้องในการจัดการเรียนการสอน	-
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	เสริมทักษะให้นักศึกษาสามารถวิเคราะห์ข้อมูลของการเรียนและการวิจัยโดยใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์และสถิติ	-

หมวดที่5. แผนการสอนและการประเมินผล

1. แผนการสอน

สัปดาห์ที่	หัวข้อ/รายละเอียด	จำนวนชั่วโมง		กิจกรรมการเรียนรู้ การสอน สื่อที่ใช้ (ถ้ามี)	ผู้สอน
		จำนวนชั่วโมงทฤษฎี	จำนวนชั่วโมงปฏิบัติ		
1	สมบัติของจำนวนเต็ม ตัวอย่างเช่น หลักการจัดอันดับดี , Archimedean Property, หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์ , บทนิยาม และทฤษฎีเกี่ยวกับการหารลงตัว	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่างถามตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียน ใช้รูปแบบการสอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสารประกอบการเรียนการสอน บทที่ 1 พื้นฐานและ บทที่ 2 การหารลงตัว	ผศ.กุลประภา ศรีหมุด
2	นิยาม ตัวอย่าง และทฤษฎีเกี่ยวกับการหารลงตัว (ต่อ)	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่างถามตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียน ใช้รูปแบบการสอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning /	ผศ.กุลประภา ศรีหมุด

				Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 2 การหารลงตัว	
3	การนำทฤษฎีเกี่ยวกับการหารลงตัว ไปใช้ ,จำนวนเต็มคู่และจำนวนเต็ม คี่	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียน ใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บท ที่ 1 พื้นฐานและ บทที่ 2 การ หารลงตัว	ผศ.กุลประภา ศรี หมุด
4	ตัวหารร่วมมากและทฤษฎีเกี่ยวกับ ตัวหารร่วมมาก	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 2 การหารลงตัว	ผศ.กุลประภา ศรี หมุด
5	ตัวอย่างการนำขั้นตอนวิธีการหารไป ใช้ในการหาตัวหารร่วมมาก	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 2 การหารลงตัว	ผศ.กุลประภา ศรี หมุด
6	ตัวคูณร่วมน้อยและ ความสัมพันธ์ ระหว่างตัว คูณร่วมน้อยกับตัวหารร่วมมาก	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning /	ผศ.กุลประภา ศรี หมุด

				Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 2 การหารลงตัว	
7	นิยาม,ตัวอย่าง และทฤษฎีบท เกี่ยวกับจำนวนเฉพาะและจำนวน ประกอบ	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 2 การหารลงตัว	ผศ.กุลประภา ศรี หมุด
8	สอบกลางภาค	3	0	-	ผศ.กุลประภา ศรี หมุด
9	นิยามและสมบัติของสมภาค	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / เอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 3 สมภาคและระบบส่วน ตกค้าง	ผศ.กุลประภา ศรี หมุด
10	ระบบส่วนตกค้างมอดุโล n	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / เอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 3 สมภาคและระบบส่วน ตกค้าง	ผศ.กุลประภา ศรี หมุด
11	สมภาคเชิงเส้นและการหาผลเฉลย	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง	ผศ.กุลประภา ศรี

				ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / เอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 3 สมภาคและระบบส่วน ตกค้าง	หมด
12	ทฤษฎีพิเศษเหลือของชาวจีน และ การนำไปใช้	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 3 สมภาคและระบบส่วน ตกค้าง	ผศ.กุลประภา ศรี หมด
13	นิยามและตัวอย่างของฟังก์ชันแยก คูณ, ฟังก์ชันพี และ ฟังก์ชันซิกมา	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 4 ฟังก์ชันจำนวนนับ	ผศ.กุลประภา ศรี หมด
14	นิยามและตัวอย่างของฟังก์ชันมีว , ฟังก์ชันทาว และฟังก์ชันจำนวนเต็ม ค่ามากที่สุด	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่าง ถามตอบและทำแบบฝึกหัด ภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการ สอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสาร ประกอบการเรียนการสอน บทที่ 4 ฟังก์ชันจำนวนนับ	ผศ.กุลประภา ศรี หมด

15	นิยาม, ตัวอย่างและการหาผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้นสองตัวแปร	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่างถามตอบและทำแบบฝึกหัดภายในชั้นเรียนใช้รูปแบบการสอนแบบActive Learning / Thinking Based Learning / Small group discussion มอบหมายงาน / PowerPoint และเอกสารประกอบการเรียนการสอน บทที่ 5 สมการไดโอแฟนไทน์	ผศ.กุลประภา ศรีหมุด
16	นิยาม, ตัวอย่างและการหาผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้นสามตัวแปร	3	0	บรรยายพร้อมยกตัวอย่างงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับสมการไดโอแฟนไทน์ เรื่อง “On The Diophantine Equations $8^x + 61^y = z^2$ และ $8^x + 67^y = z^2$ ” มาเป็นกรณีศึกษา พร้อมทั้งยกตัวอย่างงานวิจัยเรื่อง “Visual Cryptography Scheme with Essential Participants” และ “Factoring RSA moduli with primes sharing bits in the middle ” เพื่อให้นักศึกษาได้เห็นความก้าวหน้าและหัวข้อที่น่าสนใจของทฤษฎีจำนวนและการประยุกต์ในปัจจุบัน มอบหมาย/ PowerPoint และเอกสารประกอบการเรียนการสอน บทที่ 5 สมการไดโอแฟนไทน์	ผศ.กุลประภา ศรีหมุด
17	สอบปลายภาค	3	0	-	ผศ.กุลประภา ศรีหมุด

2. แผนการประเมินผลการเรียนรู้

1. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านคุณธรรม จริยธรรม

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
○	1.มีความซื่อสัตย์สุจริต	-	-	0
●	2.มีระเบียบวินัย	1. สังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาใน	ทุกสัปดาห์	10

		การร่วมกิจกรรม การปฏิบัติตามกฎระเบียบและข้อปฏิบัติต่าง ๆ อย่างต่อเนื่อง 2. ประเมินผลจากการมีส่วนร่วมและการแสดงความคิดเห็นของนักศึกษาเมื่อทำงานร่วมกับผู้อื่น		
○	4.เคารพสิทธิและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น	-	-	0

2. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านความรู้

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีความรู้ ความเข้าใจในหลักการและทฤษฎีทางด้านคณิตศาสตร์ หรือ ด้านที่เกี่ยวข้อง	1. การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี 2. ประเมินผลงานจากงานที่ได้รับมอบหมาย 3. ประเมินผลจากการนำเสนอรายงาน และการตอบคำถาม	8,14,17	30
●	2.มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีทางคณิตศาสตร์	1. การสอบข้อเขียนในภาคทฤษฎี 2. ประเมินผลงานจากงานที่ได้รับมอบหมาย 3. ประเมินผลจากการนำเสนอรายงาน และการตอบคำถาม	8,14,17	30

3. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะทางปัญญา

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.มีความคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์	1.ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า 2. ประเมินจากการนำเสนอรายงานและผลงาน	8,14,17	10
○	2.นำความรู้ทั้งภาคทฤษฎี และภาคปฏิบัติ ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม	1.ใช้การสอบข้อเขียน การสอบปากเปล่า 2. ประเมินจากการนำเสนอรายงานและผลงาน		0

4. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
---	---------------	----------------	-------------------	-------------------

○	1.มีภาวะความเป็นผู้นำและผู้ตาม สามารถทำงานเป็นทีมและสามารถแก้ไขข้อขัดแย้งและจัดลำดับความสำคัญของการทำงาน	-	-	0
○	2.มีความรับผิดชอบต่องานและองค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและพัฒนางาน	-	-	0

5. กิจกรรมการเรียนรู้ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

-	ผลการเรียนรู้	วิธีการประเมิน	สัปดาห์ที่ประเมิน	สัดส่วนการประเมิน
●	1.สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหา และนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม	1.ใช้การสอบข้อเขียน 2. ประเมินผลจากผลงานของนักศึกษาที่ได้รับมอบหมาย	12,13,14	10
●	2.มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ รวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม	1. ใช้การสอบข้อเขียน 2. ประเมินผลจากผลงานของนักศึกษาที่ได้รับมอบหมาย	12,13,14	10
○	3.มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสม	-		0
○	4.สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ และเหมาะสมกับสถานการณ์	-		0

หมวดที่6. ทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน

1. เอกสารและตำราหลัก

เอกสารประกอบการสอนวิชาทฤษฎีจำนวน

PowerPoint วิชา ทฤษฎีจำนวน

2. เอกสารและข้อมูลสำคัญ

โครงการตำราวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์มูลนิธิ สอน. ทฤษฎีจำนวน. พิมพ์ครั้งที่ 1 . กรุงเทพฯ :

บริษัทด้านสุทธาการพิมพ์ จำกัด, 2547.

ราชบัณฑิตยสถาน. ศัพท์คณิตศาสตร์ ฉบับราชบัณฑิตยสถาน. พิมพ์ครั้งที่ 9 (แก้ไขเพิ่มเติม).

นนทบุรี: สหมิตรพรินต์ติ้ง, 2549.

3. เอกสารและข้อมูลแนะนำ

1. อัจฉรา หาญชูวงศ์. ทฤษฎีจำนวน. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2542.

2. อนุกรรมการปรับปรุงหลักสูตรวิทยาศาสตร์ ทบวงมหาวิทยาลัย, **ทฤษฎีจำนวนเบื้องต้น**.

สมาคมวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์, 2545.

3. Stillwell J., *Elements of Number Theory*, Springer-Verlag, New York, 2003.

หมวดที่ 7. การประเมินและปรับปรุงการดำเนินการของรายวิชา

1. กลยุทธ์การประเมินประสิทธิผลของรายวิชาโดยนักศึกษา

การประเมินประสิทธิผลในรายวิชานี้ที่จัดทำโดยนักศึกษา ได้จัดกิจกรรมในการนำแนวคิดและความเห็นจากนักศึกษาได้ดังนี้

1. การสนทนาระหว่างอาจารย์ผู้สอนและกลุ่มผู้เรียน
2. แบบประเมินผู้สอน แบบประเมินรายวิชา หรือข้อเสนอแนะผ่านกระดานข่าวบนเว็บไซต์

ที่อาจารย์ผู้สอนได้จัดทำเป็นช่องการสื่อสารกับกลุ่มผู้เรียน

2. กลยุทธ์การประเมินการสอน

ในการเก็บข้อมูลเพื่อประเมินการสอน ได้มีกลยุทธ์ ดังนี้

1. การสังเกตการณ์สอนของผู้ร่วมทีมการสอน
2. ผลการเรียนรู้ของนักศึกษา
3. งานที่นักศึกษาได้รับมอบหมาย
4. การทวนสอบผลประเมินการเรียนรู้
5. การประเมินการจัดการเรียนการสอนของผู้เรียน

3. การปรับปรุงการสอน

หลักจากผลการประเมินการสอนในข้อกลยุทธ์การประเมินการสอน จึงมีการปรับปรุงการสอน โดยการจัดกิจกรรมในการระดมสมอง และหาข้อมูลเพิ่มเติมในการปรับปรุงการสอนดังนี้

1. ประมวลความคิดเห็นต่อการประเมินการสอนของตนเอง

2. สรุปปัญหาและอุปสรรค พร้อมทั้งหาแนวทางแก้ไขเมื่อสิ้นสุดการสอน เพื่อใช้ปรับปรุงใน

การสอนภาคการศึกษาต่อไป

ปรับปรุงรายละเอียดของรายวิชาให้ทันสมัยและเหมาะสมกับนักศึกษารุ่นต่อไป

4. การทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา

ในระหว่างกระบวนการสอนรายวิชา มีการทวนสอบผลสัมฤทธิ์ในรายหัวข้อ ตามที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในรายวิชา ได้จาก การสอบถามนักศึกษา หรือสุ่มตรวจผลงานของนักศึกษา รวมถึงพิจารณาจากผลการทดสอบย่อย และหลังการออกผลการเรียนรายวิชา มีการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยรวมในวิชาได้ดังนี้

1. การทวนสอบการให้คะแนนจากการสุ่มตรวจผลงานของนักศึกษาโดยอาจารย์อื่น หรือผู้ทรงคุณวุฒิ

ที่ไม่ใช่อาจารย์ประจำหลักสูตร

2. มีการตั้งคณะกรรมการในสาขาวิชา ตรวจสอบผลประเมินการเรียนรู้ของนักศึกษาโดยตรวจสอบ

ข้อสอบ รายงาน วิธีการให้คะแนนสอบ และการให้คะแนนพฤติกรรม

5. การดำเนินการทบทวนและการวางแผนปรับปรุงประสิทธิผลของรายวิชา

จากผลการประเมิน และทวนสอบผลสัมฤทธิ์ประสิทธิผลรายวิชา ได้มีการวางแผนการปรับปรุงการสอน และรายละเอียดรายวิชา เพื่อให้เกิดคุณภาพมากขึ้นดังนี้

1. ปรับปรุงรายวิชาทุก 3 ปี หรือตามข้อเสนอแนะและผลทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ตามข้อการทวนสอบมาตรฐานผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษาในรายวิชา
2. เปลี่ยนหรือสลับอาจารย์ผู้สอน เพื่อให้นักศึกษามีมุมมองในเรื่องการประยุกต์ความรู้นี้กับปัญหาที่มาจากงานวิจัยของอาจารย์หรืออุตสาหกรรมต่าง ๆ

รายงานผลการดำเนินการรายวิชา

ชื่อสถาบันอุดมศึกษา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี
คณะ/ภาควิชา/สาขาวิชา	วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณิตศาสตร์

หมวดที่1. ข้อมูลโดยทั่วไป

1. รหัสและชื่อรายวิชา

09113203 ทฤษฎีจำนวนและการประยุกต์

Number Theory and Applications

2. รายวิชาที่ต้องเรียนมาก่อน (Pre-requisite) (ถ้ามี)

09113201 หลักคณิตศาสตร์ จำนวนหน่วยกิต 3 (3-0-6)

3. รายวิชาที่ต้องเรียนพร้อมกัน (Co-requisite) (ถ้ามี)

ไม่มี

4. อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชาและอาจารย์ผู้สอน

อาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์กุลประภา ศรีหมุด

อาจารย์ที่ปรึกษา

กลุ่มที่สอน

ผู้ช่วยศาสตราจารย์กุลประภา ศรีหมุด กลุ่มที่สอน 1

5. ภาคการศึกษา/ชั้นปีที่เรียน

2/2563

6. สถานที่เรียน

ST1910 อาคารคณะวิทยาศาสตร์ 9 ชั้น/ การเรียนการสอนแบบออนไลน์

หมวดที่2. การจัดการเรียนการสอนที่เปรียบเทียบกับแผนการสอน

1. รายงานชั่วโมงการสอนจริงเทียบกับแผนการสอน

หัวข้อ	จำนวน ชั่วโมง ตาม แผนการ สอน	จำนวน ชั่วโมงที่ได้ สอนจริง	ระบุสาเหตุที่การสอนจริงต่างจาก แผนการสอนหากมี ความแตกต่าง เกิน 25%
1.สมบัติของจำนวน เต็ม ตัวอย่างเช่น หลักการจัดอันดับ ดี , Archimedean Property, หลักอุปนัย	3	3	-

เชิงคณิตศาสตร์ , บทนิยาม และทฤษฎี เกี่ยวกับการหารลงตัว			
2.นิยาม ตัวอย่าง และทฤษฎีเกี่ยวกับการ หารลงตัว (ต่อ)	3	3	-
3.การนำทฤษฎีเกี่ยวกับการหารลงตัวไปใช้ , จำนวนเต็มคู่และจำนวนเต็มคี่	3	3	-
4.ตัวหารร่วมมากและทฤษฎีเกี่ยวกับตัวหาร ร่วมมาก	3	3	-
5.ตัวอย่างการนำขั้นตอนวิธีการหารไปใช้ใน การหาตัวหารร่วมมาก	3	3	-
6.ตัวคูณร่วมน้อยและความสัมพันธ์ ระหว่าง ตัวคูณร่วมน้อยกับตัวหารร่วมมาก	3	3	-
7.นิยาม,ตัวอย่าง และทฤษฎีบทเกี่ยวกับ จำนวนเฉพาะและจำนวนประกอบ	3	3	-
8.สอบกลางภาค	3	3	-
9.นิยามและสมบัติของสมภาค	3	3	-
10.ระบบส่วนตกรังโมดูล n	3	3	-
11.สมภาคเชิงเส้นและการหาผลเฉลย	3	3	-
12.ทฤษฎีบทเศษเหลือของชาวจีน และการ นำไปใช้	3	3	-
13.นิยามและตัวอย่างของฟังก์ชันแยกคูณ , ฟังก์ชันพี และ ฟังก์ชันซิกมา	3	3	-
14.นิยามและตัวอย่างของฟังก์ชันมิว , ฟังก์ชันทาว และฟังก์ชันจำนวนเต็มค่ามาก สุด	3	3	-
15.นิยาม, ตัวอย่างและการหาผลเฉลยของ สมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้นสองตัวแปร	3	3	-
16.นิยาม, ตัวอย่างและการหาผลเฉลยของ สมการไดโอแฟนไทน์เชิงเส้นสามตัวแปร	3	3	-
17.สอบปลายภาค	3	3	-

หัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุม	นัยสำคัญของหัวข้อที่สอนไม่ครอบคลุมตาม แผน	แนวทางชดเชย
-	-	-

3. ประสิทธิภาพของวิธีสอนที่ทำให้เกิดผลการเรียนรู้ตามที่ระบุในรายละเอียดของรายวิชา

ผลการเรียนรู้	วิธีสอนที่ระบุในรายละเอียดรายวิชา	ประสิทธิภาพ		ปัญหาของการใช้วิธีสอน (ถ้ามี) พร้อม ข้อเสนอแนะในการแก้ไข
		มี	ไม่มี	
คุณธรรม จริยธรรม	1. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษามีคุณธรรม จริยธรรม ด้านมีวินัย ซื่อสัตย์สุจริต และตรงต่อเวลา 1. ผู้สอนประพฤติตนเป็นแบบอย่างที่ดี 2. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอนเพื่อให้มีระเบียบวินัย พร้อมทั้ง เน้นเรื่องการปฏิบัติตนที่เหมาะสม ถูกต้อง ตามกฎระเบียบ ข้อบังคับของมหาวิทยาลัย และกฎระเบียบของสังคมและเน้นให้นักศึกษามีความซื่อสัตย์ทั้งต่อตนเองและต่อสังคม 1. กำหนดให้มีกฎระเบียบและข้อปฏิบัติร่วมกันในการเรียนการสอน เน้นให้นักศึกษามีคุณธรรม จริยธรรม ด้านมีวินัย ซื่อสัตย์สุจริต และตรงต่อเวลา	✓		-
ความรู้	ใช้การสอนในหลากหลายรูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การบรรยายอภิปราย การนำเสนอผลงาน การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นต้น ใช้การสอนในหลากหลายรูปแบบ โดยเน้นทั้งหลักทางทฤษฎีและปฏิบัติ ได้แก่ การบรรยายอภิปราย การนำเสนอผลงาน การศึกษาค้นคว้าด้วยตนเอง เป็นต้น	✓		-
ทักษะทางปัญญา	ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิดความคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา กรณีตัวอย่างหรือสถานการณ์จำลอง กิจกรรม	✓		-

	การแก้ปัญหา (problem-solving task) การสะท้อนการเรียนรู้ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ หรือบันทึกประสบการณ์ส่วนบุคคล การทำโครงการ ใช้การสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาเกิดการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยจัดให้มีกิจกรรมในลักษณะต่างๆ ได้แก่ การอภิปรายกลุ่ม การวิเคราะห์หรือแก้ปัญหา กรณีตัวอย่างหรือสถานการณ์จำลอง กิจกรรมการแก้ปัญหา (problem-solving task) การสะท้อนการเรียนรู้ การเขียนบันทึกการเรียนรู้ หรือบันทึกประสบการณ์ส่วนบุคคล การทำโครงการ			
ทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ	จัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการทำงานเป็นกลุ่มที่ต้องมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลเพื่อให้นักศึกษาได้ฝึกการเป็นผู้นำ และการเป็นสมาชิกที่ดี ปลูกฝังให้นักศึกษามีความรับผิดชอบต่อตนเอง องค์กร และสังคม รวมทั้งปลูกฝังในเรื่องของการพัฒนาตนเอง และการพัฒนางาน	✓		-
ทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสาร และการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ	จัดกระบวนการสอนที่ส่งเสริมให้นักศึกษาได้ใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการมอบหมายงานให้นักศึกษาค้นคว้า ทั้งงานเดี่ยวและงานกลุ่ม ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษาทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสาร การสืบค้นและการรวบรวมข้อมูลโดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอน ฝึกฝนให้นักศึกษามีทักษะในการใช้ภาษาทั้งภาษาไทยและภาษาต่างประเทศในการสื่อสาร การสืบค้นและการรวบรวมข้อมูลโดยสอดแทรกในการจัดการเรียนการสอน เสริมทักษะให้นักศึกษาสามารถวิเคราะห์ข้อมูลของการเรียนและการวิจัย โดยใช้เทคนิคทางคณิตศาสตร์และสถิติ	✓		-

หมวดที่3. สรุปผลการจัดการเรียนการสอนของรายวิชา

1. จำนวนนักศึกษาที่ลงทะเบียนเรียน
16
2. จำนวนนักศึกษาที่คงอยู่เมื่อสิ้นสุดภาคการศึกษา
16
3. จำนวนนักศึกษาที่ถอน (W)
0
4. การกระจายของระดับคะแนน (เกรด)

ระดับคะแนน	จำนวน	คิดเป็นร้อยละ
A	2	12.50
B+	1	6.25
B	-	0.00
C+	2	12.50
C	8	50.00
D+	-	0.00
D	1	6.25
F	2	12.50
W	-	0.00
ไม่สมบูรณ์ (I)	-	0.00
ผ่าน (P,S)	-	0.00
ไม่ผ่าน (U)	-	0.00
AU	-	0.00

5. ปัจจัยที่ทำให้ระดับคะแนนผิดปกติ (ถ้ามี)

6. ความคลาดเคลื่อนจากแผนการประเมินที่กำหนดไว้ในรายละเอียดรายวิชา

- 6.1 ความคลาดเคลื่อนด้านกำหนดเวลาการประเมิน

ความคลาดเคลื่อน	เหตุผล
-----------------	--------

-	-
---	---

6.2 ความคลาดเคลื่อนด้านวิธีการประเมินผลการเรียนรู้ -

ความคลาดเคลื่อน	เหตุผล
-	-

7. การทวนสอบผลสัมฤทธิ์ของนักศึกษา

ในระหว่างกระบวนการสอนรายวิชา มีการทวนสอบผลสัมฤทธิ์ในรายหัวข้อ ตามที่คาดหวังจากการเรียนรู้ในรายวิชา ได้จาก การสอบถามนักศึกษา หรือสุ่มตรวจผลงานของนักศึกษา รวมถึงพิจารณาจากผลการทดสอบย่อย และหลังการออกผลการเรียนรายวิชา มีการทวนสอบผลสัมฤทธิ์โดยรวมในวิชาได้ดังนี้

1. การทวนสอบการให้คะแนนจากการสุ่มตรวจผลงานของนักศึกษาโดยอาจารย์อื่น หรือผู้ทรงคุณวุฒิ

ที่ไม่ใช่อาจารย์ประจำหลักสูตร

2. มีการตั้งคณะกรรมการในสาขาวิชา ตรวจสอบผลประเมินการเรียนรู้ของนักศึกษาโดยตรวจสอบ

ข้อสอบ รายงาน วิธีการให้คะแนนสอบ และการให้คะแนนพฤติกรรม

หมวดที่4. ปัญหาและผลกระทบต่อการดำเนินการ

1. ประเด็นด้านทรัพยากรประกอบการเรียนและสิ่งอำนวยความสะดวก -

ปัญหาในการใช้แหล่งทรัพยากรประกอบการเรียนการสอน (ถ้ามี)	ผลกระทบ
-	-

2. ประเด็นด้านการบริหารและองค์กร -

ปัญหาด้านการบริหารและองค์กร (ถ้ามี)	ผลกระทบต่อผลการเรียนรู้ของนักศึกษา
-	-

หมวดที่5. การประเมินรายวิชา

1. ผลการประเมินรายวิชาโดยนักศึกษา

1.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยนักศึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์กุลประภา ศรีหมุด

ประเภท	Mean	SD
ประเมินตนเองของนักศึกษา	3.923	0.752
ประเมินอาจารย์ผู้สอน	3.923	0.739

-

- 1.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 1.1

-

2. ผลการประเมินรายวิชาโดยวิธีอื่น

- 2.1 ข้อวิพากษ์ที่สำคัญจากผลการประเมินโดยวิธีอื่น

-

- 2.2 ความเห็นของอาจารย์ผู้สอนต่อผลการประเมินตามข้อ 2.1

-

หมวดที่ 6. แผนการปรับปรุง

1. ความก้าวหน้าของการปรับปรุงการเรียนการสอนตามที่เสนอในรายงาน/รายวิชาครั้งที่ผ่านมา
ได้นำงานวิจัยในปัจจุบันมาประกอบการจัดการเรียนการสอนในรายวิชา ทำให้นักศึกษาแนวทางการนำความรู้ในชั้นเรียนไปประยุกต์ใช้ในงานวิจัยได้
2. การดำเนินการอื่นๆ ในการปรับปรุงรายวิชา
-
3. ข้อเสนอแผนการปรับปรุงสำหรับภาคการศึกษา/ปีการศึกษาต่อไป
-
4. ข้อเสนอแนะของอาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา ต่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร
-

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบรายวิชา :

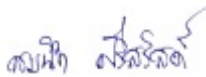
ลงชื่อ



วันที่รายงาน20 เมษายน 2564.....

ชื่ออาจารย์ผู้รับผิดชอบหลักสูตร :

ลงชื่อ



วันที่รายงาน20 เมษายน 2564.....



วารสารคณิตศาสตร์ Mathematical Journal 64(697) มกราคม – เมษายน 2562

โดย สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

<http://www.mathassociation.net>

Email: MathThaiOrg@gmail.com

สมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 61^y = z^2$ และ $8^x + 67^y = z^2$

On The Diophantine Equations $8^x + 61^y = z^2$ and $8^x + 67^y = z^2$

นนธิยา มากะเต กุลประภา ศรีหมุด อภิญญา วะรงค์ และ วิลาวลัย ทรัพย์เจริญ

Nonthiya Makate¹ Kulprapa Srimud² Apinya Warong³ and Wilawan Supjaroen⁴

^{1,2,3,4}Department of Mathematics and Computer Science,

Faculty of Science and Technology,

Rajamangala University of Technology Thanyaburi,

Pathum Thani 12110, Thailand

Email: ¹nonthiya_m@rmutt.ac.th ²kulprapa_s@rmutt.ac.th ³apinwa44@gmail.com

⁴wilawan_supjaroen@hotmail.com

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาผลเฉลย (x, y, z) เมื่อ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบของสมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 61^y = z^2$ และ $8^x + 67^y = z^2$ โดยพบว่าสมการทั้งสองมีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียว คือ $(x, y, z) = (1, 0, 3)$

คำสำคัญ: สมการไดโอแฟนไทน์ ข้อคาดการณ์ของคาตาลาน

ABSTRACT

In this paper, we study solutions (x, y, z) where x, y and z are non - negative integers of Diophantine equations $8^x + 61^y = z^2$ and $8^x + 67^y = z^2$. We find that both of them have a unique solution, that is $(x, y, z) = (1, 0, 3)$.

Keywords: Diophantine equation, Catalan's conjecture

1. บทนำ

สมการไดโอแฟนไทน์ เป็นสมการที่ได้ศึกษากันอย่างมากมาย และศึกษาในหลายรูปแบบ รูปแบบหนึ่งที่ได้ศึกษากันอย่างกว้างขวางคือ สมการที่อยู่ในรูป $a^x + b^y = z^2$ เช่น

ในปี ค.ศ. 2011 Suvarnamani [9] ได้ศึกษาผลเฉลยของสมการไดโอแฟนไทน์ $2^x + p^y = z^2$ เมื่อ x, y, z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบและ p เป็นจำนวนเฉพาะ

ในปี ค.ศ. 2012 Chotchaisthit [1] ได้ศึกษาผลเฉลยทั้งหมดที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบของสมการไดโอแฟนไทน์ $4^x + p^y = z^2$ โดยที่ p เป็นจำนวนเฉพาะ และในปีเดียวกัน Sroysang [4] ได้พิสูจน์ว่า $(x, y, z) = (1, 0, 3)$ เป็นผลเฉลยเดียวที่ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบของสมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 19^y = z^2$

ในปี ค.ศ. 2013 Sroysang [5], [6] ได้แสดงว่าสมการไดโอแฟนไทน์ $2^x + 3^y = z^2$ มีเพียงสามผลเฉลยคือ $(0, 1, 2)$, $(3, 0, 3)$ และ $(4, 2, 5)$ และได้ศึกษาสมการไดโอแฟนไทน์ $7^x + 8^y = z^2$ โดยที่ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ และพบว่าสมการดังกล่าวมีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวนั้นคือ $(x, y, z) = (0, 1, 3)$

ในปี ค.ศ. 2014 Sroysang [8], [7] ได้แสดงให้เห็นว่า $(1, 0, 3)$ เป็นผลเฉลยเดียวของสมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 13^y = z^2$ และ $8^x + 59^y = z^2$ เมื่อ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาสมการไดโอแฟนไทน์ที่อยู่ในรูป $8^x + p^y = z^2$ เมื่อ p เป็นจำนวนเฉพาะอีกสองจำนวนที่อยู่ถัดจาก 59 นั้นคือ สมการ $8^x + 61^y = z^2$ และ $8^x + 67^y = z^2$

2. ผลลัพธ์หลัก

ทฤษฎีบท 2.1 [3] (ข้อคาดการณ์ของคาตาลาน)

สำหรับ a, b, x และ y ที่เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง $\min\{a, b, x, y\} > 1$

สมการไดโอแฟนไทน์ $a^x - b^y = 1$ มีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวคือ $(a, b, x, y) = (3, 2, 2, 3)$

ทฤษฎีบท 2.2 [4] สำหรับ x และ z ที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

สมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 1 = z^2$ มีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียว คือ $(x, z) = (1, 3)$

ทฤษฎีบท 2.3 [2] สำหรับ x และ z ที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

สมการไดโอแฟนไทน์ $1 + p^x = z^2$ โดยที่ p เป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นจำนวนคี่ จะมีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวคือ $(p, x, z) = (3, 1, 2)$

บทแทรก 2.4 สมการไดโอแฟนไทน์ $1 + 61^x = z^2$ ไม่มีผลเฉลยที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

บทพิสูจน์ โดยทฤษฎีบทที่ 2.3 เนื่องจาก 61 เป็นจำนวนเฉพาะคี่ และ $61 \neq 3$ □

บทแทรก 2.5 สมการไดโอแฟนไทน์ $1 + 67^x = z^2$ ไม่มีผลเฉลยที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

บทพิสูจน์ โดยทฤษฎีบทที่ 2.3 เนื่องจาก 67 เป็นจำนวนเฉพาะคี่ และ $67 \neq 3$ □

ทฤษฎีบท 2.6 สำหรับ x, y และ z ที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

สมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 61^y = z^2$ มีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวคือ $(x, y, z) = (1, 0, 3)$

บทพิสูจน์ ให้ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ที่ทำให้ $8^x + 61^y = z^2$ (1)

สมมติให้ $x = 0$ จะได้ $1 + 61^y = z^2$ (2)

โดยบทแทรกที่ 2.4 จะได้ว่า (2) ไม่มีผลเฉลยที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

สมมติให้ $x \geq 1$ เราจะพิจารณา y เป็น 2 กรณีดังต่อไปนี้

กรณี 1 ถ้า y เป็นจำนวนคี่ แล้วจะมีจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ r ที่ทำให้ $y = 2r + 1$

จาก (1) จะได้ $8^x + 61^{2r+1} = z^2$ นั่นคือ $8^x + 61(3721)^r = z^2$

เนื่องจาก $8^x + 61^y$ เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า z^2 เป็นจำนวนคี่ นั่นคือ z เป็นจำนวนคี่

ให้ $z = 2q + 1$ เมื่อ q เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

ทำให้ได้ $z^2 = 4q(q + 1) + 1$ (3)

จะได้ว่า $z^2 \equiv 1 \pmod{8}$

เนื่องจาก $3721 \equiv 1 \pmod{8}$ จะได้ $3721^r \equiv 1 \pmod{8}$

เนื่องจาก $61 \equiv 5 \pmod{8}$ ทำให้ได้ $61(3721)^r \equiv 5 \pmod{8}$

ดังนั้น $8^x + 61(3721)^r \equiv 5 \pmod{8}$ นั่นคือ $z^2 \equiv 5 \pmod{8}$ เกิดข้อขัดแย้ง

กรณี 2 ถ้า y เป็นจำนวนคู่

กรณีย่อย 2.1 $y = 0$

จาก (1) จะได้ $8^x + 1 = z^2$ (4)

โดยทฤษฎีบทที่ 2.2 จะได้ว่า (4) มีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวคือ $(x, z) = (1, 3)$

นั่นคือ (1) มีผลเฉลยคือ $(x, y, z) = (1, 0, 3)$

กรณีย่อย 2.2 $y > 1$

ให้ $y = 2s$ เมื่อ s เป็นจำนวนนับ

จะได้ว่า (1) สามารถเขียนเป็น $8^x + 61^{2s} = z^2$

$$\text{นั่นคือ } 2^{3x} = (z - 61^s)(z + 61^s) \quad (5)$$

ให้ u เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ที่ทำให้ $2^u = z - 61^s$ และ $2^{3x-u} = z + 61^s$

โดยที่ $3x > 2u$

$$\text{เราพิจารณา } 2^{3x-u} - 2^u = (z + 61^s) - (z - 61^s) = 2(61^s)$$

$$\text{เราจะได้ } 2^u(2^{3x-2u} - 1) = 2(61^s) \quad (6)$$

$$\text{จาก (6) จะเป็นไปได้เพียง 1 กรณี นั่นคือ } 2^u = 2 \text{ และ } 2^{3x-2u} - 1 = 61^s \quad (7)$$

$$\text{นั่นคือจะได้ } u = 1 \text{ ทำให้ได้ว่า } 2^{3x-2} - 1 = 61^s \quad (8)$$

ถ้า $s = 1$ จะได้ $2^{3x-2} = 62$ ซึ่งกรณีนี้เป็นไปไม่ได้

ดังนั้น $s > 1$ จะได้ว่า $61^s > 61$

นั่นคือ $61^s + 1 > 62 > 32$

จาก (8) เราจะได้ $2^{3x-2} = 61^s + 1 > 2^5$ ดังนั้น $3x - 2 > 5$

ซึ่งจะได้ว่า $\min\{2, 61, 3x - 2, s\} > 1$ และโดยทฤษฎีบทที่ 2.1 จะได้ว่า

สมการ $2^{3x-2} - 61^s = 1$ ไม่มีผลเฉลย

นั่นคือ $(x, y, z) = (1, 0, 3)$ เป็นเพียงผลเฉลยเดียวของสมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 61^y = z^2$

โดยที่ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

□

ทฤษฎีบท 2.7 สำหรับ x, y และ z ที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

สมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 67^y = z^2$ มีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวคือ $(x, y, z) = (1, 0, 3)$

บทพิสูจน์ ให้ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ที่ทำให้ $8^x + 67^y = z^2$ (9)

สมมติให้ $x = 0$ จะได้ $1 + 67^y = z^2$ (10)

โดยบทแทรกที่ 2.5 จะได้ว่า (10) ไม่มีผลเฉลยที่เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

สมมติให้ $x \geq 1$

เนื่องจาก $8^x + 67^y$ เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า z^2 เป็นจำนวนคี่ นั่นคือ z เป็นจำนวนคี่

ให้ $z = 2t + 1$ เมื่อ t เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

จะได้ว่า

$$8^x + 67^y = (2t + 1)^2$$

$$8^x + 67^y = 4(t^2 + t) + 1$$

$$67^y - 1 = 4(t^2 + t) - 8^x$$

$$67^y - 1 = 4[(t^2 + t) - 2 \cdot 8^{x-1}]$$

ดังนั้น $67^y \equiv 1 \pmod{4}$

เราจะแสดงว่า y เป็นจำนวนคู่

สมมติให้ y เป็นจำนวนคี่ แล้วจะมีจำนวนเต็ม k ที่ไม่เป็นลบที่ทำให้ $y = 2k + 1$

เนื่องจาก $67 \equiv 3 \pmod{4}$ จะได้ว่า $67^2 \equiv 9 \pmod{4}$

ทำให้ $67^2 \equiv 1 \pmod{4}$ ดังนั้น $67^{2k} \equiv 1 \pmod{4}$

จะได้ว่า $67^{2k+1} \equiv 3 \pmod{4}$ นั่นคือ $67^y \equiv 3 \pmod{4}$ จึงเกิดข้อขัดแย้ง

ทำให้ y เป็นจำนวนคู่ เราจะแบ่งพิจารณาออกเป็น 2 กรณี ต่อไปนี้

กรณี 1 $y = 0$

จะได้ว่า $8^x + 1 = z^2$ (11)

โดยทฤษฎีบทที่ 2.2 จะได้ว่า (11) มีผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวคือ $(x, z) = (1, 3)$

นั่นคือ สมการ $8^x + 67^y = z^2$ มีผลเฉลยคือ $(x, y, z) = (1, 0, 3)$

กรณี 2 $y > 1$

ให้ $y = 2m$ เมื่อ m เป็นจำนวนนับ

เราจะได้ (9) เขียนเป็น $8^x + 67^{2m} = z^2$

นั่นคือ $2^{3x} = (z - 67^m)(z + 67^m)$ (12)

ให้ u เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบที่ทำให้ $2^u = z - 67^m$ และ $2^{3x-u} = z + 67^m$ โดยที่ $3x > 2u$

เราพิจารณา $2^{3x-u} - 2^u = (z + 67^m) - (z - 67^m) = 2(67^m)$

เราจะได้ $2^u(2^{3x-2u} - 1) = 2(67^m)$ (13)

จาก (13) จะเป็นไปได้เพียง 1 กรณี นั่นคือ $2^u = 2$ และ $2^{3x-2u} - 1 = 67^m$

ทำให้ $u = 1$ ดังนั้น $2^{3x-2} = 67^m + 1$

ถ้า $m = 1$ จะได้ $2^{3x-2} = 68$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้

ทำให้ $m > 1$ และ $2^{3x-2} = 67^m + 1 > 67 + 1 > 64 = 2^6$

จะได้ว่า $3x - 2 > 6$

ทำให้ $\min\{2, 67, 3x - 2, m\} > 1$

โดยทฤษฎีบทที่ 2.1 จะได้สมการ $2^{3x-2} - 67^m = 1$ ไม่มีผลเฉลย

นั่นคือ $(x, y, z) = (1, 0, 3)$ เป็นเพียงผลเฉลยเดียวของสมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 67^y = z^2$

โดยที่ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ

□

3. สรุป

สำหรับในงานวิจัยนี้เราได้ศึกษาผลเฉลย (x, y, z) เมื่อ x, y และ z เป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ ของสมการไดโอแฟนไทน์ $8^x + 61^y = z^2$ และ $8^x + 67^y = z^2$ ซึ่งเราได้พบว่า $(x, y, z) = (1, 0, 3)$ เป็นผลเฉลยเพียงผลเฉลยเดียวของสมการไดโอแฟนไทน์ทั้งสอง

เอกสารอ้างอิง

- [1] Chotchaisthit, S. (2012). On the Diophantine Equation $4^x + p^y = z^2$ where p is a Prime Number. *American Journal of Mathematics and Sciences*, 1(1), p. 191 - 193.
- [2] Khan, Md. A. A., Rashid, A. and Uddin, Md. S. (2016). Non-Negative Integer Solutions of Two Diophantine Equations $2^x + 9^y = z^2$ and $5^x + 9^y = z^2$. *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 4(4), p. 762 - 765.
- [3] Mihailescu, P. (2004). Primary Cyclotomic Units and a Proof of Catalan's Conjecture. *Journal fur die Reine und Angewandte Mathematik*, 27, p. 167 - 195.
- [4] Sroysang, B. (2012). More on the Diophantine Equation $8^x + 19^y = z^2$. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 81(4), p. 601 - 604.
- [5] Sroysang, B. (2013). More on the Diophantine Equation $2^x + 3^y = z^2$. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 84(2), p. 133 - 137.
- [6] Sroysang, B. (2013). On the Diophantine Equation $7^x + 8^y = z^2$. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 84(1), p. 111 - 114.
- [7] Sroysang, B. (2014). More on the Diophantine Equation $8^x + 59^y = z^2$. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 91(1), p. 139 - 142.
- [8] Sroysang, B. (2014). On the Diophantine Equation $8^x + 13^y = z^2$. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 90(1), p. 69 - 72.
- [9] Suvarnamani, A. (2011). Solutions of the Diophantine Equation $2^x + p^y = z^2$. *International Journal of Mathematical Sciences and Applications*, 1(3), p. 1415 - 1419.